

LÓGICA

Resolución de casos (Temas 1 y 2). 15 de Octubre 2021

APELLIDOS y NOMBRE:

GRUPO: I

Ejercicio 1 Simplifica las siguientes fórmulas utilizando las propiedades del álgebra de Boole y luego justifica si son tautología, contradicción o contingencia. (1 punto cada apartado)

(a) $(q \Rightarrow p) \Rightarrow ((r \Rightarrow p') \Rightarrow r) = (q' \vee p) \Rightarrow ((r \Rightarrow p') \Rightarrow r) =$

$= (q' \vee p) \Rightarrow (r' \vee p') \Rightarrow r ; (q' \vee p)' \vee (r' \vee p') \Rightarrow r ; [(q' \vee p)' \vee (r' \vee p')] \vee r$

$= (q' \vee p) \wedge (r' \vee p')' \vee r ; (q' \vee p) \wedge (r \wedge p)$

$q = V$	$p = V$	$r = V$
$q = F$	$p = F$	$r = F$
$V \circ F$	$F \circ F$	

(b) $((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$

$((p \Rightarrow q) \Rightarrow r)' \vee (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) ; [(p \Rightarrow q)' \vee r]' \vee [p' \vee (q \Rightarrow r)] ;$

$[(p' \vee q)' \vee r]' \vee [p' \vee (q' \vee r)] ; (p' \vee q) \wedge r \vee p' \vee q' \vee r ; p' \vee q \wedge r \vee p' \vee q' \vee r$

TAUTOLOGÍA

NOT - NEGACIÓN

$V \circ F$	$F \circ F$	$V \circ V$	$V \circ F$	$V \circ V$	$V \circ F$	$V \circ V$	$V \circ F$	$V \circ V$	$V \circ F$	$V \circ V$
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

Ejercicio 2 Razona si son verdaderas o falsas las siguientes sentencias. (1 punto cada apartado)

(a) Si A se deduce de B, entonces $\{A, B'\}$ es insatisfactible.

$A \Rightarrow B$, ¿ $\{A, B'\}$ es insatisfactible?
 A es tautología de B
 A es teorema de B
 Toda interpretación que es modelo de A, es modelo de B

Demostración
 $p \Rightarrow p$, pero $p \Rightarrow p'$ no puede ser. Si $p = V$; $V \Rightarrow V$ pero no $V \Rightarrow F$ ($p \Rightarrow p'$)

(b) Sean A, B, C fórmulas proposicionales tales $B \wedge C \Rightarrow A$. Si B es insatisfactible y C es una contingencia, entonces A es una tautología.

B siempre falsa, C puede ser falsa o verdadera. ¿A siempre V?

Conjunción

B	C	$B \wedge C$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Con la proposición conjuntiva observamos que $B \wedge C$ solo será verdadera cuando B y C sean verdaderas, pero ya que B contradicción, nunca se dará el caso en $B \wedge C \Rightarrow A$ para que A = tautología

Ejercicio 3 Formaliza el siguiente razonamiento y justifica si es formalmente válido o no el razonamiento de Irene. (3 puntos).

Irene comenta lo siguiente relativo a las actividades deportivas: PUMP (p), QOMBAT (q) y SPINNING (s):

Me gusta al menos una de las tres actividades. ¹ Si me gusta PUMP pero no SPINNING, me gusta QOMBAT. ² Me gusta PUMP, solo si me gusta SPINNING. ³ En conclusión me gusta PUMP o QOMBAT.

$$\begin{aligned} & p \vee s \Rightarrow q \\ & (p \wedge \neg s) \Rightarrow q \\ & p \Rightarrow s \\ & p \Rightarrow q \end{aligned}$$

$$(p \wedge \neg s \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow s) \Rightarrow (p \vee q)$$

Ejercicio 4. Decidir, mediante Resolución con Refutación si la siguiente expresión es un razonamiento formalmente válido. (3 puntos)

$$[(p' \Rightarrow (q \wedge r')) \wedge ((r \Rightarrow p) \Rightarrow s') \wedge ((p \wedge r') \Rightarrow (s' \wedge t))] \Rightarrow [(s \vee q') \Rightarrow p]$$

$$\begin{aligned} & [(p' \vee (q \wedge r')) \wedge ((r \vee p) \vee s') \wedge ((p \wedge r') \vee (s' \wedge t))] \Rightarrow [(s \vee q') \vee p] \\ & [p \vee (q \wedge r')] \wedge [(r \vee p) \vee s'] \wedge [(p \wedge r') \vee (s' \wedge t)] \vee [(s \vee q') \vee p] \\ & [p \vee (q \wedge r')] \wedge [(r \wedge p) \vee s'] \wedge [(p \wedge r) \wedge (s' \wedge t)] \vee [(s' \wedge q) \vee p] \\ & [p \vee (q \wedge r')] \wedge [(r \wedge p) \vee s'] \wedge [(p \wedge r) \wedge (s \vee t)] \vee [(s' \wedge q) \vee p] \\ & (p \vee q) \wedge (p \vee r) \wedge (r \vee s) \wedge (p \vee s) \wedge (p \wedge r) \wedge (s \vee t) \vee (s' \vee p) \wedge (q \vee p) \end{aligned}$$