LÓGICA Resolución de casos (Temas 1 y 2). 10 de Octubre 2023

APELLIDOS y NOMBRE: GRUPO: I

Ejercicio 1 Suponiendo que p, q, r son variables proposicionales, simplifica las siguientes fórmulas utilizando las propiedades del álgebra de Boole y luego justifica si son tautología, contradicción o contingencia. (*1 punto cada apartado*)

(a) $[(r \Rightarrow p) \wedge (q' \Rightarrow r')] \Rightarrow (r' \vee q) = [(r' \vee p) \wedge (q'' \vee r')] \Rightarrow (r' \vee q) =$

$= [(r' \vee p) \wedge (q \vee r')]' \vee (r' \vee q) = [(r' \vee p)' \vee (q \vee r')'] \vee (r' \vee q) =$

$= [(r \wedge p') \vee (q' \wedge r)] \vee (r' \vee q)$

Es una tautología, para cualquier valor de α siempre es verdadera

(b) $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow r]$

$[p \Rightarrow (q' \vee r)] \Rightarrow [(p' \vee q)' \vee r] = [p' \vee (q' \vee r)] \Rightarrow [(p \wedge q') \vee r] =$

$[p' \vee (q' \vee r)] \overset{*}{\Rightarrow} [(p \vee r) \wedge (q' \vee r)]$. Es una contingencia

Ej 1: $\alpha(p) = V; \alpha(q) = V; \alpha(r) = V$

$V \Rightarrow V$

Ej 2: $\alpha(p) = F; \alpha(q) = F; \alpha(r) = F$

$V \Rightarrow F$

* No simplifico más para demostrar otros valores

Ejercicio 2 Razona si son verdaderas o falsas las siguientes sentencias, donde A B son fórmulas proposicionales. (*1 punto cada apartado*)

(a) $\{A, B\}$ es insatisfactible si solo si $\{A', B'\}$ es insatisfactible.

$\left.\begin{array}{l} B \Rightarrow A = O \\ B' \vee A = O \end{array}\right\}$ $(B' \vee A)' = O'$; $(B \wedge A') \Rightarrow I$

Falso, si ninguna fórmula hace verdaderas {A, B} (por eso son insatisfactibles), la negación de ambas deberá mínimo tener una interpretación verdadera, por lo que {A', B'} es satisfactible

(b) Si $A \wedge B$ es satisfactible, entonces $A \vee B$ es satisfactible

Satisfactible = Puede ser tautología o contingencia

Verdadero. En este caso $A \wedge B$ y $A \vee B$ si pueden ser satisfactibles

$A = p$; $B = q$

$\alpha(p) = V$; $\alpha(q) = V$

$\left.\begin{array}{l} p \wedge q = V \\ p \vee q = V \end{array}\right\}$ Una solución verdadera donde ambos son satisfactibles

$V \Rightarrow F$ para que NO lo sea

Ejercicio 3 Formaliza el siguiente razonamiento y justifica si es formalmente válido o no. (*3 puntos*)

Solo cuando estoy de bajón y estoy en casa, limpio los cristales. Estoy de bajón. Por lo tanto, si no limpio los cristales, es que no estoy en casa.

$p \Rightarrow$ Estoy de bajón $\quad q \rightarrow$ estoy en casa $\quad r \Rightarrow$ limpio los cristales

$p \wedge q \Rightarrow r$

p $\quad r' \Rightarrow q'$

$\underbrace{[(p \wedge q \Rightarrow r) \wedge p]}_{\text{Hipótesis}} \Rightarrow \underbrace{(r' \Rightarrow q')}_{\text{Tesis}}$. Para no ser F.V. se necesita que la hipótesis sea cierta y la tesis falsa. En este caso la tesis se hace falsa con $\alpha(r)$: F y $\alpha(q)$: V. Con estos valores da igual qué otro valor le demos a $\alpha(p)$ que la hipotesis siempre será falsa. Ejemplo: $\alpha(p)$: V; $\alpha(r)$ = F; $\alpha(q)$: V

ES FORMALMENTE VÁLIDO $\quad I$(hipótesis) = F $\quad I$(tesis) = F; $\quad F \Rightarrow F = I = V$

Ejercicio 4. Decidir, mediante Resolución con Refutación si la siguiente expresión es un razonamiento formalmente válido. (*3 puntos*)

$$[((s \vee r) \Rightarrow q) \wedge (r' \wedge p') \wedge (p' \Rightarrow (r \vee s))] \Rightarrow (q' \Rightarrow p)$$

Hipótesis

$(s \vee r) \Rightarrow q = (s \vee r)' \vee q = (s' \wedge r' \vee q) = C_1 \wedge C_2$

$(r' \wedge p') = C_3$ y C_4

$p' \Rightarrow (r \vee s) = p'' \vee (r \vee s) = p \vee r \vee s = C_5$

Tesis

$q' \Rightarrow p = q'' \vee p = q \vee p$

$T' = (q \vee p)' = q' \wedge p' = C_6 \wedge C_7$

Sí es un razonamiento formalmente válido ya que en base a las cláusulas iniciales llegamos a una cláusula vacía

$C_5 \wedge C_7 = r \vee s = R_1$

$R_1 \wedge C_1 = r = R_2$

$R_2 \wedge C_3 = \square$