Lógica

TEMA 1: LÓGICA DE PROPOSICIONES

TEST 1. Formalización en la lógica de proposiciones

1- Voy al cine (p) o al teatro (q) $\rightarrow p \vee q$. $p' \rightarrow q$, $q \vee p$; $q' \rightarrow p$

2- Si no voy al teatro, voy al cine $q' \rightarrow p$; $q \vee p$; $p \vee q$; $p' \rightarrow q$

3- Si no voy al cine, voy al teatro $p' \rightarrow q$; $p \vee q$; $q \vee p$; $q' \rightarrow p$

4- p (llueve), q (suena alarma), r (llego tarde)
- Llueve y no ha sonado la alarma, llego tarde: $p \wedge q' \rightarrow r$
- Cuando no llego tarde, no llueve o ha sonado la alarma: $r' \rightarrow (p' \vee q)$
- Llego tarde si y solo si llueve y no ha sonado la alarma. $(r \rightarrow (p \wedge q')) \wedge ((p \wedge q') \rightarrow r)$
- No es cierto que si llueve y no suena la alarma del movil llegue tarde. $((p \wedge q') \rightarrow r')'$
- Llueve y llego tarde, o ha sonado la alarma y no llego tarde: $(p \wedge r) \vee (q \wedge r')$

5-
- La contaminación disminuye (r) siempre y cuando (si y solo si) llueve (p) o hace viento (q): $(r \rightarrow (p \vee q)) \wedge ((p \vee q) \rightarrow r)$
- si p, q. Si r, q. Luego tanto si r como si p, q: $[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q)] \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow q]$
- Si llueve (p) o hace viento (q), la contaminación disminuye (r): $(p \vee q) \rightarrow r$
- Siempre que limpio los cristales (p) y limpio el patio (q), llueve (r). $(p \wedge q) \rightarrow r$
- Solo cuando llueve (p) o hace viento (q), la contaminación disminuye (r). $r \rightarrow (p \vee q)$

TEST 2: Álgebra de Boole

1.
1. $(p \rightarrow q) \wedge p$. $(p' \vee q) \wedge p$ $\quad 0 \vee (q \wedge p) = (q \wedge p)$
2. $(p \rightarrow q) \vee p' = (p' \vee q) \vee p' = p' \vee q$
3. $(p \rightarrow q) \rightarrow q = (p' \vee q) \rightarrow q = (p' \vee q)' \vee q = (p \wedge q') \vee q = (p \vee q) \wedge I = p \vee q$
4. $p \rightarrow (p \wedge q)$ $\quad p' \vee (p \wedge q)$ $\quad I \wedge (p' \vee q) = p' \vee q$
5. $(p \rightarrow q) \rightarrow p = (p' \vee q) \rightarrow p = (p' \vee q)' \vee p = (p \wedge q') \vee p = p \wedge (p \vee q') = p$
6. $(p' \vee q) \rightarrow (p \wedge q) = (p' \vee q)' \vee (p \wedge q) = (p \wedge q') \vee (p \wedge q) = p$
7. $(p \rightarrow q')' = (p' \vee q')' = p \wedge q$
8. $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \vee p)' = (p' \vee q) \rightarrow (q \vee p)' = (p' \vee q)' \vee (q \vee p)' = (p \wedge q') \vee (q' \wedge p') = q'$

1 Proposiciones.

Deducción. como proceso que nos permite generar elementos de conocimiento a partir de otros ya conocidos, es el objeto de estudio de la lógica formal. Así, podemos considerar la lógica como la ciencia que estudia los modos de razonamiento formalmente váli

Lógica de proposiciones. estudia formación de expresiones moleculares o compuestas a partir de expresiones atómicas o simples por conec- tivos, la verdad de dichas expresiones a partir de la verdad de las que lo componen

Definición. Una proposición o proposición simple es una expresión (del lenguaje ordinario) tal que
- tiene sentido
- afirma o niega algo
- de la que se puede saber inequívoca- mente su verdad

Solo interesan los enunciados declarativos indicativos en presente (a veces pasado o futuro)

Denotaremos **P** al conjunto de todas las proposiciones $\mathcal{P} = \{ p . \ p \text{ es proposición} \}$

Toda proposición admite dos **valores de verdad** verdadero (V) y falso (F). $\mathcal{I}(p) = V \ // \ \mathcal{I}(p) = F$

2 Conectivos y propiedades

El valor de una proposición compuesta está determinado por la verdad de las proposiciones simples que la componen y de los conectivos que intervienen

Cuando dos proposiciones p y q tienen siempre el mismo valor de verdad $p \equiv q$ o $q \equiv p$

Para obtener el valor de verdad resulta útil realizar la tabla de verdad a partir del valor de las proposiciones simples

Conectivo y. Dadas las proposiciones $p, q \in \mathcal{P}$ formamos "p y q" $\rightarrow p \wedge q$ por lo tanto $\wedge$ es una operación de $\mathcal{P}$ $\wedge \ \mathcal{P} \times \mathcal{P} \longrightarrow \mathcal{P}$

Conectivo o. Dadas las proposiciones $p, q \in \mathcal{P}$ formamos la expresión "p o q" $\rightarrow p \vee q$ por lo tanto $\vee$ es una operación de $\mathcal{P}$ $\vee : \mathcal{P} \times \mathcal{P} \longrightarrow \mathcal{P}$

Conectivo no. Dada la proposición $p \in \mathcal{P}$ formamos la expresión "no p" $\longrightarrow p'$ $\ ' : \mathcal{P} \longrightarrow \mathcal{P}$

LEYES DE MORGAN. Dadas $p, q \in \mathcal{P}$, se verifican las conocidas como leyes de Morgan
- $(p \wedge q)' = p' \vee q'$
- $(p \vee q)' = p' \wedge q'$

3 Álgebra de Boole de Proposiciones

Los conectivos $\wedge, \vee$ satisfacen las propiedades
1) IDEMPOTENTE $p \wedge p = p$; $p \vee p = p$
2) CONMUTATIVA $p \wedge q = q \wedge p$; $p \vee q = q \vee p$
3) ASOCIATIVA $p \wedge (q \wedge r) = (p \wedge q) \wedge r$, $p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r$
4) ABSORCIÓN $p \wedge (p \vee q) = p$. $p \vee (p \wedge q) = p$
5) DISTRIBUTIVA $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$; $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
6) ELEMENTO NEUTRO $\longrightarrow \exists O \in \mathcal{P} \ \ \forall p \in \mathcal{P}. \ p \wedge O = O, \ p \vee O = p$
7) ELEMENTO UNIVERSAL $\longrightarrow \exists I \in \mathcal{P}. \ \forall p \in \mathcal{P}, \ p \wedge I = p, \ p \vee I = I$
8) COMPLEMENTARIO $\rightarrow \forall p \in \mathcal{P}, \exists p' \in \mathcal{P} \ / \ p \wedge p' = O$; $p \vee p' = I$ **ÚNICO**

TAUTOLOGÍA: Proposición siempre verdadera I

CONTRADICCIÓN: Proposición siempre falsa O

ÁLGEBRA DE BOOLE $(\mathcal{P}, \wedge, \vee, ', O, I)$
- $\mathcal{P}$ es el conjunto de proposiciones
- $\wedge, \vee$ son operaciones internas en $\mathcal{P}$
- $'$ es una aplicación de $\mathcal{P}$ en $\mathcal{P}$
- O es una proposición siempre falsa
- I es una proposición siempre verdadera

4 Implicación Lógica. Expresiones asociadas

Conectivo si .. entonces... Dadas las proposiciones $p, q \in P$ formamos la expresión "si p entonces q" tal que.

tiene sentido, afirma o niega algo. su verdad viene dada por la tabla de $p \to q$

- p se denomina hipótesis o antecedente; q se denomina tesis o consecuente $\to$ p es condición suficiente para q y que q es condición necesaria para p

* Si la hipótesis es falsa, la implicación es verdadera independientemente de la verdad de la tesis.

Implicación lógica verifica que $p \to q = p' \vee q$ En consecuencia, su negación viene dada por $(p \to q)' = (p' \vee q)' = (p \wedge q')$

Algunas expresiones asociadas a $p \to q$ que llamaremos directa, son:

- $q \to p$. RECÍPROCA
- $p' \to q'$ CONTRARIA
- $q' \to p'$ CONTRARRECÍPROCA
- $p \wedge q'$ NEGACIÓN

Se verifica que
- $p \to q = q' \Rightarrow p'$
- $q \to p = p' \to q'$

EQUIVALENCIA LÓGICA

Dadas las proposiciones $p, q \in P$ formamos la expresión "p si y solo si q" tal que:

- Tiene sentido, afirma o niega algo y (tabla apuntes diapositiva 44)
- Simbolizamos por $p \leftrightarrow q$ de manera $p, q \in P$, $p \leftrightarrow q \in P$ $(p \to q$ y $q \to p)$
- Si $p \leftrightarrow q$ diremos que p equivale a q o que son lógicamente equivalentes
- También diremos que p es condición necesaria y suficiente para q.

DISYUNCIÓN EXCLUSIVA

Dadas las proposiciones $p, q \in P$ formamos la expresión "o p o q" tal que:

- Tiene sentido; afirma o niega algo y tabla verdad (46)
- Simbolizamos "o p o q" por $p \veebar q$ de forma que, $p, q \in P$, $p \veebar q \in P$
- La disyunción exclusiva es cierta cuando una y sólo una es cierta. $p \veebar q = (p \leftrightarrow q)' = (p \wedge q') \vee (p' \wedge q)$

5. Formas de Demostración Matemática

Un razonamiento formalmente valido es una implicación verdadera del tipo $p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n \to q$. Siendo p_n verdaderas (premisas) y q (conclusión) es consecuencia lógica o que se deduce de p_n. Decir esto equivale a decir que es una tautología

Ej: $(p \to q)' \to (p \vee r) \equiv (p' \vee q)' \to (p \vee r) \equiv (p' \vee q) \vee (p \vee r) \equiv p' \vee q \vee p \vee r \equiv I \vee q \vee r \equiv I$ ✓ Probamos que es un razonamiento valido

$p' \vee p = I$ $\quad I \vee \text{algo} = I$

Ej: $\left.\begin{matrix} p \to q \\ q \to r \end{matrix}\right] \to r$ Si las hipótesis son V y la tesis F, el razonamiento no es formalmente valido.

Ej. $\left.\begin{matrix} \overset{V}{p} \to q \vee r' \\ \underset{V}{q} \to r \wedge p \end{matrix}\right\} \to \overset{F}{r}$ si $\alpha(r) = F$, $\alpha(q) = F$, $\alpha(p) = <^{V}_{F}$ Por lo tanto, no es formalmente valido.

TEOREMA

Un condicional $p \to q$ es un teorema si es verdadero siempre que p es verdadera, es decir, si es un razonamiento formalmente valido

Formas de demostrar:
- DIRECTA: Probamos si p es cierta, entonces q lo es
- CONTRARRECÍPROCA: si q es falsa, entonces p lo es

REDUCCIÓN AL ABSURDO Consiste en obtener una contradicción de suponer que p es verdadera y q falsa, viendo que p y q' no pueden ser ciertos a la vez

6. Sintaxis: alfabeto, fórmulas

El **lenguaje de la lógica** de proposiciones se denota $\mathcal{L}_0$.

El **alfabeto de la lógica** proposicional tiene por símbolos:
- Variables proposicionales: $p, q, r \dots$
- Conectivos: $\wedge, \vee, ', \to, \leftrightarrow$
- Símbolos impropios, como símbolos de puntuación, paréntesis, etc.

Una **fórmula proposicional** es cualquier expresión escrita con variables proposicionales unidas mediante conectivos. Así el conjunto de fórmulas proposicionales $\mathcal{F}$ del lenguaje $\mathcal{L}_0$ de la lógica proposicional se obtiene conforme a las reglas:
- Las variables proposicionales son fórmulas
- Si A y B son fórmulas, también lo son $A \wedge B$; $A \vee B$; A'; $A \to B$; $A \leftrightarrow B$

JERARQUÍA DE OPERACIONES

A partir de proposiciones simples y el empleo de conectivos se pueden construir fórmulas proposicionales sumamente complejas

El empleo de paréntesis y corchetes permite definir con precisión la proposición compuesta de que se trata y evitar así confusiones.

Cuando la proposición compuesta está escrita sin paréntesis, el orden de prioridad de las operaciones es: $'$, $\{\wedge, \vee\}$, $\{\to, \leftrightarrow\}$

FUNCIÓN PROPOSICIONAL

- Una función proposicional f de n variables es una aplicación $f: \mathcal{P}^n \longrightarrow \mathcal{P}$ tal que $f(p_1, p_2, \dots, p_n)$ es una fórmula proposicional
- Como habitualmente se identifica una aplicación con el conjunto de sus imágenes, en el futuro identificaremos funciones y fórmulas proposicionales.

EJERCICIO 15:

a) Lenguaje $\mathcal{L}_0$

$E_1)$ $p \vee q \vee r \to p \wedge q \wedge r$ ✓ $E_3)$ $(p \vee q \vee r)$ ✓

$E_2)$ $p' \wedge q' \wedge r'$ ✓ $E_4)$ $p' \leftrightarrow q' \wedge r'$ ✓

b) $((p \vee q \vee r) \to (p \wedge q \wedge r)) \to p \vee q \vee r$

$$\left.\begin{array}{l} p \vee \overset{F}{q} \vee r \\ p \wedge \underset{F}{q} \wedge r \end{array}\right\} \overset{F}{\underbrace{p \vee q \vee r}} \qquad \overset{H}{V} \to \overset{T}{F}$$

No es formalmente válido.

$\alpha(p) = F \quad \alpha(q) = F \quad \alpha(r) = F$

$$\underbrace{F \to F}_{V}$$

EJERCICIO 16 Formalizar en $\mathcal{L}_0$

a) Si sale cara (p), yo gano (q). Si sale cruz (p'), tú pierdes (q). Por lo tanto, yo siempre gano

$$\left.\begin{array}{l} p \to q \\ p' \to q \end{array}\right\} \to q$$

Deducimos que tiene que pasar p o p' y ambos implican q.

b) Si es festivo (p) y no llueve (q'), Ana sale (r), si (q), Ana no sale (r'). Por tanto si es festivo, no llueve

$$\left.\begin{array}{l} p \wedge q' \to r \\ q' \to r' \end{array}\right\} \to \underbrace{\overset{V}{p} \to \overset{F}{q'}}_{F}$$

$$\left.\begin{array}{ll} V & \overbrace{\overset{V}{p} \wedge \overset{F}{q'}}^{F} \to r \\ V & \overset{F}{q'} \to r' \\ V & \overset{V}{p} \end{array}\right\} \to \overset{F}{q'}$$

$\alpha(q) = V \to \alpha(q') = F$

$\alpha(p) = V$

$\alpha(r) = \begin{cases} V \\ F \end{cases}$

No es formalmente valido.

k) p = para tener éxito profesional

q = Tener buena preparación previa

r = llegar a ser director

s = son estudiantes

$$\left.\begin{array}{l} q \to p \\ r \to p \\ s \wedge q' \to r' \\ s \wedge q \to p \end{array}\right\} \to s \to q$$

$$\left.\begin{array}{l} V \; q \to p \\ V \; r \to p \\ V s \wedge q \to p \\ V s \wedge q' \to r' \\ V \; s \end{array}\right\} \to \overset{F}{q}$$

$\alpha(s) = V$

$\alpha(q) = F$

$\alpha(r) = F$

$\alpha(p) = \begin{cases} V \\ F \end{cases}$

No es formalmente válido

TEMA 2: SEMÁNTICA. RESOLUCIÓN PROPOSICIONAL

1. Interpretación y modelo de una fórmula

ASIGNACIÓN

Una asignación es una aplicación que asocia a cada proposición elemental un valor de verdad V o F. Si designamos $\mathcal{A}$ el conjunto de fórmulas atómicas del lenguaje, una asignación es una aplicación $\alpha: \mathcal{A} \longrightarrow \{V, F\}$.

INTERPRETACIÓN

Dada una asignación α, una interpretación o valoración $\mathcal{I}$ es una aplicación $\mathcal{I}: \mathcal{X} \to \{V, F\}$

Ejemplo: $A = p \to q \wedge r'$ siendo α_1 una asignación tal que $\alpha_1(p) = V$; $\alpha_1(q) = V$; $\alpha_1(r) = V$ llamo $\mathcal{I}_1$ a la interpretación asociada a la asignación α_1

$\mathcal{I}_1(A) = F \quad (\overset{V}{p} \to \overset{V}{q} \wedge \overset{F}{r'}) = V \to F$

α_2 tal que $\alpha_2(p) = F$ $\alpha_2(q) = F$ $\alpha = V$ $\quad \mathcal{I}_2$ asociada a $\alpha_2 = \mathcal{I}_2(A) =$ Verdadera.

MODELO DE UNA FÓRMULA

Dada una interpretación $\mathcal{I}$ y una fórmula A tal que $\mathcal{I}(A) = V$, se dice que $\mathcal{I}$ satisface A, A es verdad en $\mathcal{I}$, o que $\mathcal{I}$ es modelo de la fórmula A.

NOTACIÓN: $\mathcal{I} \models A$, $\mathcal{I}$ es modelo de A, $\mathcal{I}(A) = V$ // $\mathcal{I} \not\models A$, $\mathcal{I}$ no es modelo de A, $\mathcal{I}(A) = F$

2. Tipos de Fórmulas

TAUTOLOGÍA

Una fórmula es tautológica si es verdadera independientemente de las proposiciones que la forman
- En su tabla solo hay V
- Toda interpretación $\mathcal{I}$ es modelo de A

NOTACIÓN: $\models A$

CONTRADICCIÓN

Una fórmula es una contradicción si es falsa independientemente de las proposiciones
- Si A es $\square$, A' es $\mathcal{I}$
- Tabla solo falsa
- A es $\square$ si no tiene modelos

$\not\models A$

CONTINGENCIA

Su verdad depende de las proposiciones que intervienen en la misma, siendo V o F dependiendo
- Hay V y F
- Existe $\mathcal{I}_n$ modelo y $\mathcal{I}_n$ no modelo.

SATISFACTIBLE

Si es verdadera al menos para una interpretación. Al menos 1 V. Lo es si y solo si existe $\mathcal{I}$ que es modelo de A. Incluye a tautologías y contingencias.

INSATISFACTIBLE

Si no es satisfactible, se dice insatisfactible. Debe ocurrir, entonces, que no es verdadera en ningún caso, y por tanto es una contradicción. No tiene modelo. A' es satisfactible

CONJUNTO FÓRMULAS SATISFACTIBLE

Un conjunto de fórmulas $\Gamma = \{A_1, \ldots, A_n\}$ es satisfactible si $A_1 \wedge \ldots \wedge A_n$ es satisfactible. Γ es satisfactible si todas las fórmulas A_i son verdaderas para alguna asignación, es decir, si existe una interpretación $\mathcal{I}$ tal que $\forall i, i = 1, \ldots, n, \mathcal{I}(A_i) = V$ $\quad \mathcal{I}$ es modelo para Γ

CONJUNTO FÓRMULAS INSATISFACTIBLE

Si un conjunto de fórmulas $\Gamma = \{A_1, \ldots, A_n\}$ no es satisfactible, se dice, no existe ninguna interpretación que haga ciertas a todas las fórmulas $A_1, \ldots, A_n$ simultá

TIPOS DE FÓRMULAS. EJERCICIO

Discútase si son ciertas las siguientes afirmaciones, donde A, B y C son fórmulas proposicionales

- 1º. Verdad
- 2º Verdad. Si B tiene un modelo, hará cierto seguro a A o A' por lo que los conjuntos no serían insatisfactible, por lo tanto B debe ser insatisfactible para que se cumpla la condición.
- 3º Falso Podemos tener $A = p$ y $B = p'$ (Contingentes) pero $\{A, B\} = \{p, p'\}$ que es insatisfactible.
- 4º- Verdadero
- 5º Verdadero
- 6º Verdadero
- 7º- Falso

tau
sat

TEST 3:

1- $p \to (q \to (p \wedge q))$ $\quad p' \vee (q' \vee (p \wedge q)) = p' \vee (q' \vee p) = I \vee q' = I$

2- $p \wedge p' = 0$

3- $(p \to (q \vee p)) \wedge (p \to q') = (p' \vee (q \vee p)) \wedge (p' \vee q') = I \wedge (p' \vee q') = p' \vee q'$

4- $p \to (q \to p) = p' \vee (q' \vee p) = I \vee q' = I$

5- $(p \vee q) \Leftrightarrow (q' \to p)$; $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p) = I$

6- $p \to p' = p' \vee p' = p' = C$

7- $p \vee p' = I$

8- $(p \Leftrightarrow q) \wedge p \wedge q'$; $(p \to q) \wedge (q \to p) \wedge p \wedge q' = (p' \vee q) \wedge (q' \vee p) \wedge p \wedge q = 0$

9- $(q \to r) \to (q \vee r)' = (q' \vee r)' \vee (q \vee r)' = (q \wedge r') \overset{V}{\vee} (q' \wedge r') =$ Cont

10 $(p \to q') \wedge p \wedge q = (p' \vee q') \wedge p \wedge q = 0 \vee q' \wedge p \wedge q = 0 \vee 0 \wedge p = 0$

11. $(p \Leftrightarrow q)' \wedge (p' \vee q') = ((p' \vee q) \wedge (q' \vee p))' \wedge \quad =$ Cont

$\dfrac{F \quad F}{\frac{V}{F}} \wedge \dfrac{V \quad V}{V}$

F

$\dfrac{V \quad V}{\frac{V}{F}} \wedge \dfrac{F \quad F}{F}$

$\wedge$

12. $p \Leftrightarrow \overset{F}{p} = 0$

TEST 4:

1-

2-

3- $\overset{F}{p} \vee \overset{F}{q} \to r = V$

$(p \wedge q')' \vee \overset{F}{r} = F$

$\dfrac{\dfrac{V \quad V}{V}}{F} \quad \vee r$

EJER 4 y 5

4. $A = (p \Leftrightarrow r') \to ((q \to p') \wedge q')$

$\alpha(p) = F$
$\alpha(r) = V$
¿$\alpha(q)$?
$\mathcal{I}(A) = V$

$((q' \vee p') \wedge q') = q' \vee (p' \wedge q') = p' \vee q' = q'$

$(p \Leftrightarrow r') \to q'$ $\quad$ por lo tanto $\boxed{\alpha(q) = F}$

$\dfrac{\dfrac{F \quad F}{V} \to \overline{V}}{V}$

5. $A \equiv p \wedge q \to r$; $B \equiv p \wedge r$; $C \equiv r \vee q$

a) $\{A, B, C\}$ es satisfactible $\quad \alpha(p) = \alpha(q) = \alpha(r) = V \quad \mathcal{I}(A) = \mathcal{I}(B) = \mathcal{I}(C) = V$

b) $B \to A$ es contingencia $\quad (p \wedge r) \to (p \wedge q) \to r = \left.\begin{matrix} p \wedge r \\ p \wedge q \end{matrix}\right\} \to r \quad p \wedge q \wedge r \to r$ por lo tanto es I

c) Existe $\mathcal{I}$ modelo de $p \to q$ y $p' \to q'$ $\quad \alpha_1(p) = V, \ \alpha_1(q) = V$ ó $\alpha_2(p) = F, \ \alpha_2(p) = F$

$p' \to q' = q \to p$

3. Validez y Consecuencia lógica

$A \to B$ es formalmente válido

$A \to B$ es una tautología.

DEFINICIÓN

Una fórmula B es consecuencia lógica de una fórmula A si en todos los casos en que A es verdadera lo es B. $A \to B$ es formalmente válido.

→ B se deduce de A (Diapo 19 tema 2)

- Una fórmula B es consecuencia lógica de un conjunto de fórmulas $\Gamma = \{A_1, \dots, A_n\}$ si todos los casos de Γ son Verdaderos, B también. $A_1 \wedge \dots A_n \to B$
- Si B se deduce de Γ escribiremos $\Gamma \models B$. En otro caso, diremos que B no se deduce de Γ $\Gamma \not\models B$
- B es consecuencia lógica de Γ si y solo si, $\Gamma \cup \{B'\}$ es insatisfactible o equivalentemente $\longleftrightarrow$ todo modelo de Γ lo es de B.
- B no es consecuencia de un conjunto de fórmulas Γ si existe una interpretación que es modelo de todas las fórmulas Γ, pero no B
- B no se deduce de Γ $\longleftrightarrow$ $\Gamma \cup \{B'\}$ es insatisfactible.

4. Forma clausulada de la lógica de proposiciones

- Llamaremos literal a una variable proposicional, sola o negada $l = p$, $l = p'$
- Llamaremos cláusula a una disyunción de literales $l_1 \vee l_2 \vee \dots \vee l_n$, con $l_i = p_i$ o $l_i = p_i'$, $i = 1, \dots, n$

FORMA CLAUSULADA DE $\mathcal{L}_0$

- $p \vee q' \vee r$
- Cláusula de un sólo literal: p, p'
- Cláusula sin literales negativos: $p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n$
- Cláusula de Horn con cabeza: $p_1' \vee p_2' \vee p_3' \dots \vee p_n' \vee q$
- Cláusula de Horn sin cabeza: $p_1' \vee p_2' \dots \vee p_n'$
- Cláusula vacía: Sin literales $\to$ (0, $\square$)

DEFINICIÓN → Forma clausulada si está escrita como conjunción de cláusulas

TEOREMA → Para cualquier fórmula de la lógica de proposiciones existe otra lógicamente equivalente expresada en forma clausulada.

Pasos prueba:

1) Eliminación condicionales y bicondicionales: usar equivalencias.

2) Eliminar negaciones que no afecten a un solo literal

3) Aplicar propiedad distributiva.

Ejemplos:

1) $p \vee q' \to p' \wedge q$
→ Paso 1: $(p \vee q')' \vee (p' \wedge r)$
→ Paso 2: $(p' \wedge q) \vee (p' \wedge r)$
→ Paso 3: $p' \wedge (q \vee r)$ $\quad C_1 = p'$ $\quad C_2 = q \vee r$

2) $p \wedge q \leftrightarrow [(p' \to q)' \wedge r] = p \wedge q \Leftrightarrow [(p \vee q)' \wedge r] = p \wedge q \Leftrightarrow [(p' \wedge q') \wedge r] = ((p \wedge q)' \vee [(p' \wedge q') \wedge r]) \wedge ([(p' \wedge q') \wedge r]' \vee (p \wedge q)$

$[(p' \vee q') \vee (p' \wedge q' \wedge r)] \wedge [(p \vee q \vee r') \vee (p \wedge q)] = [p' \vee q'] \wedge [p \vee q]$ MAL

$p \wedge q \leftrightarrow [(p' \to q)' \wedge r] = p \wedge q \Leftrightarrow [(p \vee q)' \wedge r] = ((p \wedge q)' \vee [(p \vee q)' \wedge r]) \wedge ([(p \vee q)' \wedge r]' \vee (p \wedge q)) =$

$[p' \vee q' \vee [p' \wedge q' \wedge r]] \wedge [p \vee q \vee r' \vee (p \wedge q)] =$

$(p' \vee q' \vee p') \wedge (p' \vee q' \vee q') \wedge (p' \vee q' \vee r) \wedge (p \vee q \vee r' \vee p) \wedge (p \vee q \vee r' \vee q) = \underbrace{(p' \vee q')}_{A} \wedge \underbrace{(\underbrace{p' \vee q'}_{A} \vee r)}_{B} \wedge (p \vee q \vee r') = (p' \vee q') \wedge (p \vee q \vee r')$

5. Regla de Resolución. Corrección y Completitud.

REGLA DE RESOLUCIÓN EN L_0

- Más importante proceso (ahora en lógica de proposiciones)
- Por dilema constructivo $[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to s)] \to (r \vee s) =$ $\left.\begin{matrix} p \vee q \\ p \to r \\ q \to s \end{matrix}\right] \to (r \vee s)$ $(q = p')$ $=$ $\left.\begin{matrix} \cancel{p \vee p'} \\ p' \vee r \\ p \vee s \end{matrix}\right] \to \underbrace{(r \vee s)}_{\text{resolvente}}$ (generatrices) literal común con distinto signo
- Comprobamos a partir de las cláusulas. Puede deducirse por resolución de $R = t$:

$\left.\begin{matrix} C_1 = p \vee t \vee q' \\ C_2 = p' \vee r \\ C_3 = t \vee r' \\ C_4 = q \end{matrix}\right\} \to t$ es formalmente válido

$\left.\begin{matrix} C_1 \\ C_2 \end{matrix}\right] \to R_1 = t \vee q' \vee r$ (Resolviendo en p) $\left.\begin{matrix} R_1 \\ C_4 \end{matrix}\right] \to R_2 = t \vee r$ (Resolviendo en q) $\left.\begin{matrix} R_2 \\ C_3 \end{matrix}\right] \to R_3 = t$ (Resolviendo en r)

* Si no llegamos a t, no podemos decir que no sea formalmente válido.

Ej. $\begin{matrix} C_1 = p \\ C_2 = q \end{matrix}$ $\left.\begin{matrix} p \\ q \end{matrix}\right] \to p \wedge q = p \wedge q \to p \wedge q$ Formalmente válido pero no lo puedo demostrar por resolución.

MODUS PONEN $\left.\begin{matrix} p \to q \\ p \end{matrix}\right] \to q = \left.\begin{matrix} p' \vee q \\ p \end{matrix}\right] \to q$ (Incluido)

* La mayoría están incluidas

MODUS TOLLEN $\left.\begin{matrix} p \to q \\ q' \end{matrix}\right] \to p' = \left.\begin{matrix} p' \vee q \\ q' \end{matrix}\right] \to p'$ (Incluido)

Excepción: $p \wedge q \to p$. Válido.

- La regla de resolución no es completa
- Completitud por Refutación: $C_1 \wedge C_2 \to R$ es formalmente válido $\leftrightarrow \{C_1, C_2, R'\}$ es insatisfactible ($C_1 \wedge C_2 \wedge R'$ es contradicción)
  - Para probar $C_1 \wedge C_2 \to R$, veremos $C_1 \wedge C_2 \wedge R' \to \square$ (Método completo) $\to \square$ formalmente válido; $\to \cancel{\square}$ no formalmente válido

EJERCICIOS

13. Fórmula clausulada de las siguientes fórmulas

$\left.\begin{matrix} p \to q \\ r \vee s \to p \\ r \end{matrix}\right] \to q$

$p \to q = p' \vee q = C_1$

$r \vee s \to p = (r \vee s)' \vee p = (r' \wedge s') \vee p = (r' \vee p) \wedge (s' \vee p)$ $\begin{cases} C_2 = (r' \vee p) \\ C_3 = (s' \vee p) \end{cases}$

$r = C_4$ $R' = q'$ (C_5)

$\left.\begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{matrix}\right] \to \square$

proceso:

$\left.\begin{matrix} C_1 \\ C_2 \end{matrix}\right]_{p} \to R_1 = (q \vee r')$ $\left.\begin{matrix} R_1 \\ C_5 \end{matrix}\right]_{q} \to r' = R_2$ $\left.\begin{matrix} R_2 \\ C_4 \end{matrix}\right]_{r} \to R_3 = \square$ Es formalmente válido.

1.) $p \to$ tomo alcohol
$q \to$ duele estómago
$r \to$ no puedo dormir

$\left.\begin{matrix} p \to q \wedge r \\ r \wedge q' \end{matrix}\right\} \to p'$

$p \to q \wedge r = p' \vee (q \wedge r) = (p' \vee q) \wedge (p' \vee r)$

$C_1 = p' \vee q$ $C_2 = p' \vee r$ $C_3 = r$ $C_4 = q'$ $C_5 = p$ $\left.\begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{matrix}\right] \to \square$

$\left.\begin{matrix} C_1 \\ C_5 \end{matrix}\right]_{p} \to R_1 = q$ $\left.\begin{matrix} R_1 \\ C_4 \end{matrix}\right]_{q} \to \square$ Por lo tanto, es un razonamiento formalmente válido.

2) $\left.\begin{matrix} p \wedge q \to r \wedge s \\ r \to q' \\ s \to p \vee r' \end{matrix}\right] \to [p \wedge r' \to q]$

$p \wedge q \to r \wedge s \equiv (p \wedge q)' \vee (r \wedge s) = (p' \vee q') \vee (r \wedge s) \equiv \underbrace{(p' \vee \overset{V}{q'} \vee r)}_{C_1 = V} \wedge \underbrace{(p' \vee \overset{V}{q'} \vee s)}_{C_2 = V}$

$r \to q' = \overset{V}{r'} \vee \overset{V}{q'}$ $(C_3) = V$

$s \to p \vee r' \equiv s' \vee (p \vee r') = s' \vee \overset{V}{p} \vee \overset{V}{r'}$ $(C_4) = V$ Usamos C_4, C_5 y C_6 que no pueden dar $\square$, asi que damos valores

$\overset{V}{p}$ (C_5) $\overset{V}{r'}$ (C_6) $\overset{V}{q'}$ (C_7) No usar

$\left.\begin{matrix} \alpha(p) = V \\ \alpha(r) = F \\ \alpha(s) = \begin{cases} V \\ F \end{cases} \\ \alpha(q) = F \end{matrix}\right\}$ No formalmente válido.

EJERCICIOS

3. Tautologías, contradicciones, contingencias o satisfactibles p, q, r

a) $(p \to q)' \to (p \vee r) = (p' \vee q)' \to (p \vee r) = (p' \vee q) \vee (p \vee r) = I$

b) $(p \to q) \to (p \vee q) = (p' \vee q) \to (p \vee q) = (p' \vee q)' \vee (p \vee q) = (p \wedge q') \vee (p \vee q) = (p \vee q \vee p) \wedge (p \vee q \vee q') = p \vee q$ contingencia

c) $p \wedge q \to p \vee q \vee r = (p \wedge q)' \vee (p \vee q \vee r) = p' \vee q' \vee p \vee q \vee r = I$

d) $((p \vee q) \to r) \to ((p \wedge q) \to r) = ((p \vee q)' \vee r) \to ((p \wedge q)' \vee r) = ((p' \wedge q') \vee r)' \vee (p' \vee q' \vee r) = ((p' \vee r) \wedge (q' \vee r)) \vee (p' \vee q' \vee r)$

e) $[(p \to q) \wedge q'] \to p' \vee q = [(p' \vee q) \wedge q'] \to p' \vee q = [(p' \vee q) \wedge q']' \vee p' \vee q = ((p' \vee q)' \vee q) \vee (p' \vee q) = (p \wedge q') \vee (p' \vee q) =$

$(p' \vee q \vee p) \wedge (p' \vee q \vee q') = I \wedge I = I$.

f) $(p \to q) \wedge (q' \vee r) \to r = [(p' \vee q) \wedge (q' \vee r)]' \vee r = (p' \vee q)' \vee (q' \vee r)' \vee r = (p \wedge q') \vee (q \wedge r') \vee r =$ Tautología $\alpha(r) = V$ Contradicción $\alpha(r) = F$ $\boxed{\text{CONTINGENCIA}}$ $\alpha(q) = F$ $\alpha(p) = F$

PRESENTACIÓN ROBINSON

1. $[(p' \vee q') \to (r \vee s)'] \wedge [r \vee s] \to q = (p \wedge q) \vee (r' \wedge s')$

$p \to$ apruebas $q \to$ resuelves problema $r \to$ estudiado $s \to$ sabes lógica

2. $[(p \to q) \wedge (r \to p) \wedge (r' \to s') \wedge (t \wedge r')' \wedge (s \vee t)] \to (q \vee w)$

$p \to$ veo la televisión $q \to$ me divierto $r \to$ estoy en el sofa $s \to$ estoy descansando $t \to$ estudio $w \to$ estoy de pie

3. $[(p \to q) \wedge (r \wedge q) \to s) \wedge (p \wedge r)] \to s$

$p -$ los secuestradores se cansan $q \to$ " " se ponen nerviosos $r \to$ " " están armados $s \to$ la vida de los rehenes corre peligro

4. $[(p \leftrightarrow q') \wedge (p \to r') \wedge r] \to q$

$p \to$ vienen $q \to$ Han tenido tiempo de preparar comida $r \to$ ir al cine

5. $[(p \to q') \wedge (r \to s') \wedge (q \to s)] \to (q \to r' \wedge p')$

$p \to$ llueve $q \to$ salgo de casa $r \to$ es domingo $s \to$ tengo compromisos

6. $((p \wedge q) \to r) \wedge (r \to s) \wedge (q \wedge r') \to p'$

$p \to$ Está en busca y captura $q \to$ tiene pelo largo $r \to$ salió en televisión $s \to$ conoce todo el mundo

7. $(p \to q') \wedge (r \to q) \wedge (r' \to s) \wedge p \to s$

$p \to$ Salgo a la calle $q \to$ hacer deberes $r \to$ jugar fornite $s \to$ estoy triste

8. $(p \to q \vee r) \wedge (r \to s) \wedge (r' \vee s') \to p' \vee q$

$p \to$ Voy a la universidad $q \to$ Voy al aula $r \to$ Voy a la cafetería $s \to$ tomo café

9. $(p' \to q) \wedge (p \to r \vee s) \wedge (q' \wedge s') \to p.$

$p \to$ Es de día $q \to$ salgo de fiesta $r \to$ estudio $s \to$ trabajo

10. $(p' \to q) \wedge (q' \to r') \wedge (p' \wedge r) \to q$

$p \to$ Uso el ascensor $q \to$ Uso las escaleras $r \to$ subo

ESTUDIO RESOLUCIÓN CASOS

1. a) La fórmula $(r \to p \wedge q) \to (p' \to r')$ es satisfactible, pero no es contingencia.

$(r \to p \wedge q) \to (p' \to r') = (r' \vee (p \wedge q))' \vee (p \vee r') = (r \wedge (p \wedge q)') \vee (p \vee r') = (r \wedge (p' \vee q')) \vee (p \vee r') = (p \vee r' \vee r) \wedge (p \vee r' \vee p' \vee q') = I \wedge I = I$

Es falso, ya que se trata de una tautología.

b) Si $p \to q$ es falsa entonces su contraria y negación de la contrarrecíproca son verdades.

$p \to q = F \to \begin{matrix} \alpha(q) = F \\ \alpha(p) = V \end{matrix}$; la contraria $p' \to q' = V$; $q' \to p'$ (negada) $q \to p$ $\begin{matrix} \alpha(q) = F \\ \alpha(p) = V \end{matrix}$ entonces es verdad

c) A, B y C si $A \wedge \underset{v}{B'} \to C$ es formalmente válido y B es insatisfactible, por lo tanto todo modelo de A es modelo de C

Si $\alpha(B) = F \to B' = V$ Verdadera ya que $A \wedge B' \to C = A \wedge I \Rightarrow C ; = A \Rightarrow C$

d) $\{p \to q \wedge r, (q \to r)'\}$ es satisfactible

$$\left.\begin{aligned} p \to (q \wedge r) &= p' \vee (q \wedge r) \\ (q \to r)' &= (q' \vee r)' = q \wedge r' \end{aligned}\right\} \text{Contingencias.}$$

2. $p \to$ mechero funciona $q \to$ falla la piedra $r \to$ tiene gas $s \to$ puedo fumar

$[(p' \to q \vee r') \wedge (p' \to s')] \to (p' \wedge r) \to q$

Por refutación:

$(p \vee q \vee r') \to C_1$ Negated goal: $((p' \wedge r) \to q)' = (p \vee r' \vee q)' = \overset{C_3}{p'} \wedge \overset{C_4}{r} \wedge \overset{C_5}{q'}$

$(p \vee s') \to C_2$

$\dfrac{C_1 \quad C_3}{R_1: q \vee r'}$ $\dfrac{R_1 \quad C_4}{R_2 = q}$ $\dfrac{R_2 \quad C_5}{R_3 = \square}$ por lo tanto es formalmente válido.

Si asignamos valores:

$$\left.\begin{matrix} V & \overset{V}{p'} \to \overset{V}{q} \vee \overset{F}{r'} \\ V & \overset{V}{p'} \to \overset{V}{s'} \\ V & \overset{V}{p'} \wedge \overset{V}{r} \end{matrix}\right] \to \overset{F}{q}$$

$\alpha(q) = F$ por lo tanto no es formalmente válido.

$\alpha(p) = F$ $\alpha(s) = F$

$\alpha(r) = V$

$\alpha(q) = V$

3. $[(p' \vee s' \to r) \wedge (s \to p) \wedge (p' \wedge q' \to r') \wedge (p \to q)] \to (s \vee q)$

$(p' \vee s' \to r) = (p' \vee s')' \vee r = (p \wedge s) \vee r = \overset{C_1}{(r \vee p)} \wedge \overset{C_2}{(r \vee s)}$ Negated goal: $(s \vee q)' = \overset{C_6}{s'} \wedge \overset{C_7}{q'}$

$(s \to p) = s' \vee p$ C_3

$(p' \wedge q' \to r') = (p' \wedge q')' \vee r' = (p \vee q \vee r')$ C_4

$p \to q = p' \vee q$ C_5

$\dfrac{C_4 \ (p) \quad C_5}{R_1 \ (q \vee r')}$ $\dfrac{R_1 \ (r) \quad C_2}{R_2 \ (q \vee s)}$ $\dfrac{R_2 \ (s) \quad C_6}{R_3 \ q}$ $\dfrac{R_3 \ (q) \quad C_7}{\square}$ Es formalmente válido.

Resolución de casos 2020.

① a) $(p \to r)' \to ((p \land q) \to r)' = (p' \lor r)' \to ((p \land q)' \lor r)' = (p' \lor r) \lor (p' \lor q' \lor r)' = (p' \lor r) \lor (p \land q \land r') = I \land (p' \lor r \lor q) \land I =$

$(p' \lor r \lor q)$. Contingencia.

b) $(p \to r)' \to ((p \lor q) \to r)' = (p' \lor r)' \to ((p \lor q)' \lor r)' = (p' \lor r) \lor ((p \lor q) \land r') = ((p' \lor r) \lor (p \lor q)) \land ((p' \lor r) \lor r')) = I \land I = I$

② a) Si A se deduce de B, entonces $B' \land A$ es una contradicción

$B \to A = B' \lor A = I$ por lo tanto si lo negamos obtenemos $B'' \land A' = 0$ por lo que no podemos confirmar que $B' \land A = 0$

b) Si A se deduce de B y A es insatisfactible, entonces B es una contradicción.

$\underset{\text{Tautológica}}{\underset{\downarrow}{B \to A}}$ y $A = 0$, entonces $\underset{\text{Tautológica}}{\underset{\downarrow}{B' \lor A}} = B' \lor 0 = B' = I$, por lo que $B = 0$.

③ Formalizar y justificar.

a) p : tomo alcohol ; q → me duele el estómago r → puedo dormir

$[(p \to q \land r') \land (r' \land q')] \to p'$

$p \to q \land r' = p' \lor (q \land r') = \underset{C_1}{(p' \lor q)} \land \underset{C_2}{(p' \lor r')}$

$r' = C_3$ $q' = C_4$ $p =$ Goal negated (R_0) $(p)\dfrac{\begin{array}{c}C_1\\R_0\end{array}}{R_1 : q}$ $\dfrac{\begin{array}{c}R_1\\C_4\end{array}}{\square}$ Es formalmente válido.

b) $[(r' \to q \lor p) \land r] \to q' \land p'$

$r' \to q \lor p = (r \lor q \lor p) = C_1$ $C_2 = r$

$(q' \land p')' = q \lor p =$ Goal negated No es formalmente válido

$\left.\begin{array}{l} V \ \overset{F}{r'} \to (q \lor p) \\ V \ r \end{array}\right] \to \underset{F}{q' \land p'}$ $q = V$ $p = V$ $r = V$

Por lo tanto no es formalmente válido.

④ $[(p \to (q' \lor (r \land s))) \land p \land s'] \to q' \lor t$.

$p \to (q' \lor (r \land s)) = p' \lor (q' \lor (r \land s)) = (p' \lor q' \lor r) \land (p' \lor q' \lor s) \angle \begin{array}{l} C_1 = (p' \lor q' \lor r) \\ C_2 = (p' \lor q' \lor s) \end{array}$ $\begin{array}{l} C_3 = p \\ C_4 = s' \end{array}$

$(q' \lor t)' = q \land t' \angle \begin{array}{l} R_0 = q \\ R_1 = t' \end{array}$ $(p)\dfrac{\begin{array}{c}C_2\\C_3\end{array}}{R_2 = (q' \lor s)}$ $(q)\dfrac{\begin{array}{c}R_2\\R_0\end{array}}{R_3 : s}$ $(s)\dfrac{\begin{array}{c}C_4\\R_3\end{array}}{R_4 = \square}$ Es formalmente válido.

Resolución de casos 2021.

① a) $(p \to q) \to ((r \to q') \to r) = (p' \lor q) \to ((r' \lor q')' \lor r) = (p' \lor q)' \lor ((r \land q) \lor r) = (p \land q') \lor (r \land q)$ Contingencia

b) $((p \to r) \to q) \to (p \to (r \to q)) = ((p' \lor r)' \lor q) \to (p' \lor (r' \lor q)) = ((p' \lor r)' \lor q)' \lor (p' \lor (r' \lor q)) = ((p' \lor r) \land q') \lor p' \lor r' \lor q =$

$(p' \lor r' \lor q \lor r) \land (p' \lor r' \lor q \lor q') = I \land I = I$

② a) Si B se deduce de A, entonces $\{A', B\}$ es insatisfactible.

$A \to B = A' \lor B = I = A \land B'$, por lo que no tiene porqué cumplirse que $\{A', B\}$ sea insatisfactible.

b) Sean A, B y C fórmulas proposicionales $A \land B \to C$ si $B = 0$ y A es contingencia C es 0

$A \land B \to C = 0 \land A \to C$ C no tiene que ser necesariamente una contradicción.

(3) p → percantona   r → Rustica   s → serrana

$[(p \vee r \vee s) \wedge (p \to s) \wedge (p \wedge s' \to r)] \to (p \vee r)$

$\left.\begin{array}{l} \vee\ \overset{F}{p} \vee \overset{F}{r} \vee \overset{V}{s} \\ \vee\ \overset{F}{p} \to s \\ \vee\ p \wedge s' \to r \end{array}\right] \to \dfrac{\overset{F}{p} \vee \overset{F}{r}}{F}$

$\alpha(p) = F \quad \alpha(r) = F \quad \alpha(s) = V$

No es formalmente válido, ya que encontramos una combinación α para la cual las premisas son verdaderas y la conclusión falsa.

Comprobamos por refutación:

$C_1 = p \vee r \vee s$ Negated goal $= p' \wedge r'$

$p \to s = p' \vee s = C_2$ $R_0 = p'$ $R_1 = r'$

$p \wedge s' \to r = (p \wedge s')' \vee r = p' \vee s \vee r$ No podemos deshacernos de la s por lo tanto no es formalmente válido

(4) $[((p \wedge t') \to (s' \wedge r)) \wedge (p' \to (q \wedge t')) \wedge ((t \to p) \to s')] \to [(s \vee q') \to p]$

$(p \wedge t') \to (s' \wedge r) = (p \wedge t')' \vee (s' \wedge r) = (p' \vee t) \vee (s' \wedge r) = \overset{C_1}{(p' \vee t \vee s')} \wedge \overset{C_2}{(p' \vee t \vee r)}$

$(p' \to (q \wedge t')) = p \vee (q \wedge t) = \overset{C_3}{(p \vee q)} \wedge \overset{C_4}{(p \vee t)}$

$((t \to p) \to s') = ((t' \vee p)' \vee s') = (t \wedge p') \vee s' = \underset{C_5}{(t \vee s')} \wedge \underset{C_6}{(p' \vee s')}$

Negated goal $[(s \vee q') \to p]' = [(s \vee q')' \vee p]' = (s \vee q') \wedge p' = \underset{R_0}{(s \vee p')} \wedge \underset{R_1}{(q' \vee p')}$

$\dfrac{\begin{array}{c} C_3 \\ R_1 \end{array}}{\square}$ Formalmente válido.

CUESTIONARIOS:

Resolución proposiciones clase: 10

Modelos y más:

(1) $C_1 = p \vee q$
$C_2 = q' \vee s$
$A = q \vee r \vee s$

$C_1 \wedge C_2 \to A = \underbrace{\underset{V}{(\overset{V}{p} \vee q)} \wedge \underset{V}{(\overset{V}{q'} \vee s)}} \to \overset{F}{q} \vee \overset{F}{r} \vee \overset{F}{s}\ F$

No es formalmente válido

$\{C_1, C_2, A\}$ $C_1 \wedge C_2 \wedge A = (p \vee q) \wedge (q' \vee s) \wedge (q \vee r \vee s)$

(2) p y q

$(p \to q) \vee (q \to p) = (p' \vee q) \vee (q' \vee p) = I \vee I = I$

(3) $B = I$ $A =$ Contingencia $A \to B = \boxed{A' \vee B = I}$ Tautología

$A \wedge B' = O$

(4) A, B, C; tales que C se deduce de $\{A, B\}$

$A \wedge B \to C = (A \wedge B)' \vee C = A' \vee B' \vee C = I$

(5) $A = [(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to s)] \to r \wedge s$

$(\overset{F}{p} \vee \overset{F}{q}) \wedge (\overset{V}{p'} \vee \overset{F}{r}) \wedge (\overset{V}{q'} \vee \overset{F}{s})] \to r \wedge s$ es cierta si r y s son ciertas

$r' \vee s'$

$\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c} p' \vee r \\ r' \vee s' \end{array}}{\begin{array}{c} p' \vee s' \\ q' \vee s \end{array}}}{p' \vee q'} \to \dfrac{\begin{array}{c} p' \vee q' \\ p \vee q \end{array}}{\square}$

⑥ $A \equiv p \to q$ $\qquad C = p \wedge r'$

$B \equiv r' \to q'$

$A \wedge B \wedge C = (p' \vee q) \wedge (r \vee q') \wedge p \wedge r' = (r' \wedge p \wedge (r \vee q')) \wedge (p \wedge r' \wedge (p' \vee q)) =$

$A \wedge B \to C'$? $\qquad = (r' \wedge p \wedge q') \wedge (p \wedge r' \wedge q) = 0$

$(p' \vee q) \wedge (r \vee q') \to p' \vee r$ $\qquad$ Todas

F V $\quad$ F F $\quad$ F F

⑦ A contingencia $\quad$ B tautología $\quad$ C contradicción

$A \to B = A' \vee B = I$

$A \wedge B \to C$; $(A \wedge B)' \vee C = (A' \vee B') \vee C = A'$

$C \to B = C' \vee B = B = I$

$A' \wedge B \wedge C' = \boxed{A'}$

⑧ p y q

$p' \vee q \vee q' \vee p = I$

$p \to q = p' \vee q = I$ $\qquad q \to p$ No tiene por qué

$p \to q \;\to\; q' \to p'$ $\qquad p \to q = p' \vee q$ $\qquad p' \to q' = p \vee q'$

V F $\qquad$ F V $\qquad$ V V

$p' \vee q = 0 \Leftrightarrow q \vee p' = 0$

⑨ $A \wedge B \to C$; $\underbrace{A' \vee B' \vee C}_{I} = \boxed{A \wedge B \wedge C'}$

CUESTIONARIO FINAL

① $(r \vee p')$
$(q \to s)$
$(p' \to q)$

② $C = \underbrace{A \vee B}_{V}$
V

$C \to A = \boxed{C' \vee A}$ $\qquad A \to \boxed{C}$ $\qquad A' \vee C$

③ A y B $\quad A \to B$ es una tautología es porque $B = I$

$A \vee B$, $A' \wedge B'$

④ A, B $\qquad C = A \to B$; $C = A' \vee B$

$A \wedge C \to B$; $(A \wedge C)' \vee B = A' \vee C' \vee B$

⑤ A, B $\qquad B' \to A' = B \vee A' = I$

$B' \wedge A = 0 = B \vee A' = I$

$\{A, B\} = A \wedge B = A' \vee B'$

⑥ $[(p \vee q) \wedge p'] \to q$

~~F~~ V $\quad$ V $\qquad$ V

F $\quad$ V

F

7 $A = (p \vee q') \wedge p' = F \vee (q' \wedge p') = q' \wedge p'$

$((p \vee q') \wedge p')' = (p \vee q')' \vee p = (p' \wedge q) \vee p = I \wedge (p \wedge q)$

8 $A = p \wedge q \to r$

$B = p \to r$ $\qquad A \to B = (p' \vee q' \vee r) \to (p' \vee r)$

$A \wedge B =$ $\qquad (p \wedge q \wedge r') \vee p' \vee r = \boxed{p' \vee r \vee q}$

$(p' \vee q' \vee r) \wedge (p' \vee r) = \boxed{p' \vee q' \vee r}$

REPETICIÓN TEST FINAL

1 A y B

$\underbrace{A \wedge B}_{\text{satisfactible}} = A' \vee B'$ $\qquad A \to B = A' \vee B = A'$ $\qquad A = I$ $\qquad A \to B;\ A' \vee B = B$ $\qquad B' \to A' = B \vee A' = I$

$\downarrow$

$\boxed{B' \wedge A = 0}$

2 $\{A, B\} \Leftrightarrow A \wedge B = I$

$\{A \vee B, A' \wedge B'\}$ $(A \vee B) \wedge (A' \wedge B') = 0 \vee 0 = 0$

$A \to B = I$; $A' \vee B$ NO

3 $A = (p \vee q') \wedge p' \to p'$

$\to (p \vee q')$

4 $A = p \wedge q \to r$

$B = p \to r$

$A \wedge B = (p' \vee q' \vee r) \wedge (p' \vee r) = (p' \vee q' \vee r)$

$A \to B$ tautología? $(p' \vee q' \vee r)' \vee (p' \vee r) = (p \wedge q \wedge r') \vee p' \vee r = p' \vee r \vee q$

5 $C = A \to B$ $\quad \mathcal{I}$

$C = A' \vee B;\quad C' = A \wedge B'$

$A \wedge C \to B;\quad A' \vee C' \vee B =$ Tautología

$\downarrow$

$A' \vee (A \wedge B') \vee B \quad A' \vee A \vee B = I \wedge A' \vee B \vee B' = I \quad I \wedge I = I$

6 $C = A \vee B$

$C \to A = C' \vee A$ $\qquad A \to C = A' \vee C$

7 $[(p \vee q) \wedge p'] \to q$

$\overset{V}{p} \vee \overset{F}{q}$; V ∧ F p' ; F = F ; q F

$\alpha(p) = F \to V$

$\alpha(q) = V$

$\alpha(q) = F = V$

8 $(r \vee p') \wedge (q \to s) \wedge (p' \to q)$

$\overset{V}{r} \vee \overset{F}{p'}$

$\overset{V}{q'} \vee s$ F

V $p \vee q$ F

REPASO

Implicación: $p \to q$
- recíproca: $q \to p$
- contraria: $p' \to q'$
- contrarrecíproca: $q' \to p'$
- negación $p \wedge q'$

RC. 2020

① a) $(p \wedge q' \to r) \to (r' \to p)' = ((p \wedge q')' \vee r)' \vee (r \vee p)' = ((p \wedge q') \wedge r') \vee (r' \wedge p') = (p \wedge q' \wedge r') \vee (r' \wedge p') = (p \wedge q' \wedge r')$ Contingencia

$\downarrow$

$(r' \wedge (p \wedge q') \vee p') = r' \wedge I \wedge (p' \vee q) = r' \wedge (p' \vee q) \leftarrow$

b) $(p \vee q' \to r) \to (r' \to p') = ((p \vee q')' \vee r)' \vee (r \vee p') = ((p \vee q') \wedge r') \vee r \vee p' = I \vee I = I$

② a) $A \to B = A' \vee B = I$

$\downarrow$

$A \wedge B' = 0$

b) $\underset{=C}{B} \wedge \underset{=¿0?}{C} \to \underset{=0}{A}$

$\downarrow$

$(B \wedge C)' \vee A = B' \vee C' \vee A = B' \vee C \vee 0 = B' \vee C$

③ $p \to$ hace calor $q \to$ estoy en casa r: como helados.

$[(r \to p \wedge q) \wedge p] \to (r' \to q')$

$V \quad \overset{V}{r'} \vee \overset{V}{p} \wedge \overset{V}{q}$

$V \quad \overset{V}{p}$

$V \quad \overset{V}{r'}$

$\to q'$

F

$\alpha(q) = V$

No es formalmente válido

④ $(p \vee q) \to r' = (p \vee q)' \vee r' = (p' \wedge q') \vee r' = \overset{C_1}{(p' \vee r')} \wedge \overset{C_2}{(q' \vee r')}$

$(q' \wedge s)' = (q \vee s') = C_3$

$s \to (p \vee q) = (s' \vee p \vee q) = C_4$

$r = C_4$

$s = C_5$

$$\frac{\dfrac{\dfrac{C_2 \quad C_3}{r' \vee s'} \quad C_4}{s'} \quad C_5}{\square}$$

TEST FINAL OTRA VEZ

① $[(p \vee q) \wedge p'] \to q$

Si $\alpha(p) = F$ es cierta Si $\alpha(q) = F$ es cierta Si $\alpha(q) = V$ es verdad

② $\mathcal{I}$ modelo de $(r \vee p') \wedge (q \to s) \wedge (p' \to q) = (r \vee p') \wedge (q' \vee s) \wedge (p \vee q)$

③ A, B fórmulas $C = A \to B$ $\mathcal{I}$ $C = A' \vee B$ $A \wedge C \to B = (A \wedge C)' \vee B = A' \vee C' \vee B$ Tautología

④ A, B $A \to B$; $A' \vee B = B$; $B' \to A' = B \vee A' = \mathcal{I}$

$B' \wedge A = 0$

⑤ A, B Si $A \to B = \mathcal{I}$; $A' \vee B = \mathcal{I}$

⑥ $A = (p \vee q') \wedge p' = 0 \vee (p' \wedge q') = (p' \wedge q')$

⑦ $A = p \wedge q \to r$

$B = p \to r$ $(p' \vee q' \vee r) \wedge (p' \vee r)$; $p' \vee q' \vee r$

⑧ $C = A \vee B$ $A' \vee C$ es una tautología

$C' \vee A$ no es tautología

RESOLUCIÓN CASOS 2014

① p, q, r $\mathcal{I}$ modelo de $p \wedge q$: $\alpha(p) = V$ $\alpha(q) = V$

i) $p \to r$; $p' \vee r$; $0 \vee r = r$ $\mathcal{I}$ es modelo de $p \to r$ si y sólo si $\mathcal{I}(r) = V$

ii) $p' \to q' \vee r = p \vee q' \vee r$ Por definición de la disyunción $\mathcal{I}$ es modelo de $p' \to q' \vee r$.

② i) $[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge q'] \to r \vee s = [\underbrace{\underbrace{(p \vee q) \wedge (p' \vee r)}_{\text{deduce } r} \wedge q'}_{\text{se deduce } q}]' \vee r \vee s = [(p \vee q)' \vee (p' \vee r)' \vee q \vee r \vee s] =$

$(p' \wedge q') \vee \underbrace{p \vee r' \vee q \vee r \vee s}$

$(p' \wedge q') \vee \mathcal{I} = \mathcal{I}$

ii) $[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to r = [(p' \vee q) \wedge (q' \vee r)]' \vee r = [(p' \vee q)' \vee (q' \vee r)' \vee r] = [(p \wedge q') \vee (q \wedge r') \vee r] = [(p \wedge q') \vee [(r \vee r') \wedge (r \vee q)]$

$[(p \wedge q') \vee (r \vee q)]$

$\mathcal{I}$

$(\cancel{r \vee q} \vee q') \wedge \boxed{(r \vee q \vee p)}$

contingencia

③ i) $A = (p \to q) \wedge (q \to r)$ $B = r$ $C = p \to r$

$[(p' \vee q) \wedge (q' \vee r)] \to r$; $(p' \vee q)' \vee (q' \vee r)' \vee r = (p \wedge q') \vee (q \wedge r') \vee r = (p \wedge q') \vee r \vee q = \boxed{r \vee q \vee p}$

RESOLUCIONES

a) Si $A = V$ $B = F$ $A \to B \to \dfrac{V \to F}{F}$ Falso

b) $A \wedge B' = 0$; $V \wedge V = \mathcal{I}$

c) $A \wedge B'$ es satisfactible $p \vee \overset{V}{\overset{\shortparallel}{q}}$

d) $A \wedge B'$ es tautología Falso $p = F$ $(p \vee q) \wedge p' = \underbrace{(p \wedge p')} \vee (q \wedge p)$

$0 \vee (q \wedge p)$

$\dfrac{V \quad F}{F}$

② $A \equiv p \vee q \qquad B \equiv p \to q$

a) $[(p \vee q) \wedge (p \to q)] \to q = [(p \vee q) \wedge (p' \vee q)] \to q = (p \vee q) \to q$

$(p \vee q) \wedge (p' \vee q) = (p \vee q \vee p') \wedge (p \vee q) = (p \vee q)$

b) $A \wedge B \wedge q'$ es satisfactible

$A \wedge B \to q = (A \wedge B)' \vee q = I$

c) $A \vee B =$ (contingencia) $\quad A \vee B = (p \vee q) \vee (p' \vee q) = I$

③ $(p \to q \wedge r)$

TEMA 3: LÓGICA DE PREDICADOS

Ejemplo 1:

$\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, \ D(x,y) \wedge D(2,y) \rightarrow P'(y)$ ¿V o F? $y=2$ $x=2$ $D(2,2) \wedge D(2,2) \wedge P(2)$ por lo tanto falso

Si quiero que x sea mayor que 2

$\forall x \in N, \forall y \in N, \ M(x,2) \wedge D(x,y) \wedge D(2,y) \Rightarrow P'(y)$

negado: $\exists x \in N, \exists y \in N \ / \ D(x,y) \wedge D(2,y) \wedge P(y)$

Discutir Z y T

$\forall X, Y \subseteq U, \ \exists Z, T \subseteq U \ / \ X \cap Y \neq \emptyset \rightarrow Z \subseteq X \subseteq T \wedge Z \subseteq Y \subseteq T$

$Z = \emptyset$ $\quad X \wedge Y = \emptyset$ $\quad \exists a \in U \ / \ a \in X \wedge Y$

$T = U$

$Z = X \wedge Y$ $\quad X \wedge Y \subseteq X \quad X \wedge Y \subseteq Y$

$T = Y \vee X$

Formaliza en lógica de predicados

$C(x\ y): x \subseteq y$

$I(x\ y) \quad x = y$

$\forall x, y \subseteq U$ ($\in P(U)$) $\quad \exists z, T \subseteq U$ ($\in P(U)$)

$I'(f(x\ y), \emptyset) \rightarrow C(z,x) \wedge C(x,T) \wedge C(z,y) \wedge C(Y,T)$

$\exists x, y \subseteq U \ / \ \forall z, T \subseteq U, \ I'(f(x,y), \emptyset) \wedge (C'(z,x) \vee C'(x,T) \vee C'(z,y) \vee C'(y,T))$

5. Caballeros → verdad ; escudero → mentira

a y b caballero o escudero

$P(x) \equiv$ x es un caballero $\quad Q(x) \equiv$ x es un escudero

a) $a = P$; $b = Q$ Solo este caso

b) Si $a = Q \rightarrow b = Q$

c) $a = Q \rightarrow b = Q$

d) a= caballero b= escudero

e)

TEST CONJUNTOS Y PREDICADOS

TEST PLANETAS:

1. $A \cup B$

2. Falsas

3. $A = \{ x \in U : P(x) \}, \quad B = \{ x \in U : Q(x) \}$

$B \subseteq A \qquad Q(x) \leq P(x) \qquad Q(x)' \vee P(x) \qquad \boxed{Q(x) \wedge P'(x)}$

TEST FORMALIZACIÓN DE PREDICADOS:

1. $\forall x,\ I(x) \to D(3, x) \vee D(5, x)$

2. $\forall x \in \mathbb{N},\ D(x, f(p,q)) \to D(x, p) \vee D(x, q)$

3 $\forall x \in \mathbb{N},\ D(x, p) \vee D(x, q) \to D(x, f(p,q))$

4. $\forall x \in \mathbb{N},\ D(x, 5) \to I(x, 5) \vee I(x, 1)$

5. $\exists x \in \mathbb{Z} \ /\ D(5, x) \wedge D(10, x),\ D'(25, x)$

6. $\forall x, y \ /\ P(x) \vee P(y) \to P(f(x, y))$ Ninguna correcta

7. $\forall x,\ y \ /\ D(y, x) \to D'(f(y), f(x))$

8. $\nexists x \ /\ D(x, 7) \wedge I(x, 7) \wedge I(x, 1)$

$[\exists x \ /\ D(x,7) \wedge I(x,7) \wedge I(x,1)]'$ MAL $\qquad \forall x \in \mathbb{N},\ D(x, 7) \to I(x, 7) \vee I(x, 1)$

$\forall x \ /\ D'(x,7) \vee I'(x,7) \vee I'(x,1)$

9. $\exists x \in \mathbb{Z} \ /\ D(3, x) \wedge D'(6, x) \wedge D'(9, x)$ ✓

$\forall x \in \mathbb{Z} \ /\ D'(3, x) \vee D(6, x) \vee D(9, x)$

10. $\forall x, y,\ D(y, x) \to D'(f(3, y), f(3, x))$ para todo....

11. $\forall x, y \in \mathbb{Z},\ I'(x) \wedge I'(y) \to I'(f(x, y))$ ✗ $\longrightarrow \forall x, y \in \mathbb{Z},\ I'(x) \wedge I'(y) \to I'(f(x, y))$

12. d) 2 opciones + correctas $\quad \forall x,\ P(x) \to D(2, x) \vee D(4, x)$

13. $\forall x \in \mathbb{N},\ M(x, 15) \vee M(x, 2) \to P(x) \vee M(x, 3)$

UNIDAD 4: UNIFICACIÓN

7 Pasos:

1) Quitar implicaciones

2) Quitar negaciones

3) Independización de variables cuantificadas.

4) Eliminar cuantificadores existenciales. Damos nombre, lo cambiamos por una función

5) Eliminador cuantificadores universales.

6) Aplicar propiedad distributiva

7) Redenominación de las variables.

Ejercicio:

a) $[\forall x, y, \exists z \,/\, P(x,a) \vee Q'(y, f(a)) \rightarrow R(z,y)] \wedge [\forall x, \exists y \,/\, P(b,x) \rightarrow R'(a,y) \wedge Q(x,y)]' =$

$= [\forall x, y, \exists z /(P'(x,a) \wedge Q(y, f(a))) \vee R(z,y)] \wedge [\forall x, \exists y \,/\, P'(b,x) \vee (R'(a,y) \wedge Q(x,y)]' =$

$= [\forall x, y, \exists z /(P'(x,a) \wedge Q(y, f(a))) \vee R(z,y)] \wedge [\exists x, \forall y, \; P(b,x) \wedge (R(a,y) \vee Q'(x,y))] =$

$= [\forall x, y, \exists z //(P'(x,a) \wedge Q(y, f(a))) \vee R(z,y)] \wedge [\exists t, \forall u, P(b,t) \wedge (R(a,u) \vee Q'(t,u))] =$

$= [\forall x, y, \exists z / P'(x,a) \wedge Q(y, f(a))) \vee R(g(x,y),y)] \wedge [\forall u, P(b,e) \wedge (R(a,u) \vee Q'(e,u))] =$

$= [P'(x,a) \wedge Q(x, f(a)) \vee R(g(x,y),y)] \wedge [P(b,e) \wedge (R(a,u) \vee Q'(e,u))]$

$= [P'(x,a) \wedge R(g(x,y),y)] \wedge [Q(y, f(a)) \vee R(g(x,y),y)] \wedge [P(b,e)] \wedge [R(a,u) \vee Q'(e,u)]$

$= [P'(x,a) \vee R(g(x,y),y)] \wedge [Q(t, P(a)) \vee R(g(s,t),t] \wedge [P(b,e)] \wedge [R(a,u) \vee Q'(e,u)]$

EJERCICIO 3

$C_1 = \overset{L_1}{Q(x,y,a)} \vee \overset{L_2}{P(z,b,z)}$

$C_2 = \underset{M_1}{Q'(f(b), b, t)} \vee \underset{M_2}{Q'(f(a), b, a)}$

- L_1, M_1' $\quad S_1 = \{f(b)/x, \; b/y, \; a/t\} \quad L_1 S_1 = M_1' S_1 = Q(f(b), b, a)$

  $C_1 \wedge C_2 \Rightarrow R_1 = P(z,b,z) \vee Q'(f(a), b, a) = L_2 \vee M_2$

- L_1, M_2' $\quad S_2 = \{f(a)/x, \; b/y\} \quad L_1 S_2 = M_2' S_2 = Q(f(a), b, a)$

  $C_1 \wedge C_2 \Rightarrow R_2 = P(z,b,z) \vee Q'(f(b), b, t) = L_2 \vee M_1$

- L_1, M_1', M_2' $\quad S_3 = \{f(b)/x, \; b/u, \; b/y, \; a/t\} \quad L_1 S_3 = M_1' S_3 = M_2' S_3 = Q(f(b), b, a)$

  $C_1 \wedge C_2 \Rightarrow R_3 = P(z,b,z) = L_2$

$C_3 = P'(g(a), w, s) = N$

$\underbrace{C_1 \wedge C_2} \wedge C_3 \Rightarrow R_3 \wedge C_3 \rightarrow \square$

$s = \{g(a)/z, \; g(a)/s, \; b/w\}$

N', L_2

PREDICADO → Tiene sentido

- Afirma o niega algo
- Con variables, de modo que al sustituirlas por constantes resulta una proposición.
- Formalización de una propiedad o relación.
- Términos del predicado: variable, constante, función con otro de ellos como argumento.

EJERCICIOS TEMAS 3 Y 4.

1. D, I, P (predicados); f, g, h (funciones)

a) i) $\forall x, \forall y \ / \ D(x,y) \wedge D(2,y) \rightarrow P'(y)$ Mía

$\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, \ D(y,x) \wedge D(2,x) \rightarrow P'(x)$ Libro

ii) $\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, \ P(x) \wedge P(y) \wedge D(2, f(x,y)) \rightarrow I(x,2) \vee I(y,2)$

iii) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, \ P(x) \wedge P(y) \wedge I'(x,y) \rightarrow D'(2, f(x,y))$ Mal

$\forall x \in \mathbb{N}, \ (P(x) \rightarrow \exists y \in \mathbb{N} / P(y) \wedge I'(x,y) \wedge D'(2, f(x,y)))$

Otra opción parecida a la mía: $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} / P(x) \rightarrow P(y) \wedge I'(x,y) \wedge D'(2, f(x,y))$

iv) $\exists x \in \mathbb{N} / \forall y \in \mathbb{N}, \ P(x) \wedge D'(2,x) \wedge D(100,y) \rightarrow D(x,y)$

v) $\forall x, y \in \mathbb{N}, \exists z \in \mathbb{N} / I'(z,x) \wedge I'(z,y) \rightarrow I(h(z,x), g(x,y)) \ \vee \ I(h(z,y), g(x,y))$

b) Discute la verdad

i) $\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, \ D(y,x) \wedge D(2,x) \rightarrow P'(x)$

Falso, ya que si consideramos $x = y = 2$, las variables x es multiplo de y. x es par, pero x es primo.

ii) $\forall x, y \in \mathbb{N} / P(x) \wedge P(y) \wedge D(2, f(x,y)) \rightarrow I(x,2) \vee I(y,2)$

Falso → $3 + 3 = 6$

iii) $\forall x \in \mathbb{N}, (P(x) \rightarrow \exists y \in \mathbb{N} / P(y) \wedge I'(x,y) \wedge D'(2, f(x,y)))$

Verdadero, siempre o x o y = 2.

iv) $\exists x \in \mathbb{N} / \forall y \in \mathbb{N}, \ P(x) \wedge D'(2,x) \wedge D(100,y) \rightarrow D(x,y)$

Verdadero $x = 5$.

v) x, tenemos m=mcm $\frac{m}{x} = z$

c) Negalo todo

i) $(\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}. \ D(y,x) \wedge D(2,x) \rightarrow P'(x))' = \exists x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, \ D(y,x) \wedge D(2,x) \ \wedge P(x)]' =$

ii) $\exists x, y \in \mathbb{N}, \ P(x) \wedge P(y) \wedge D(2, f(x,y)) \wedge I'(x,2) \wedge I'(y,2)$

iii) $\exists x \in \mathbb{N} / (P(x) \wedge \forall y \in \mathbb{N} / P'(y) \vee I(x,y) \vee D(2, f(x,y)) = \exists x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N} / P(x) \wedge (P'(y) \vee I(x,y) \vee D(2, f(x,y))$

iv) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, \ P(x) \wedge D'(2,x) \wedge D(100,y) \wedge D'(x,y)$

2. Dadas las expresiones:

a) $\forall x,y \in \mathbb{N}, \exists z \in \mathbb{N} \,/\, D(2,x) \wedge D(2,y) \wedge I'(x,y) \rightarrow P(z) \wedge D(z, f(x,y))$

Verdadero $z = 2$

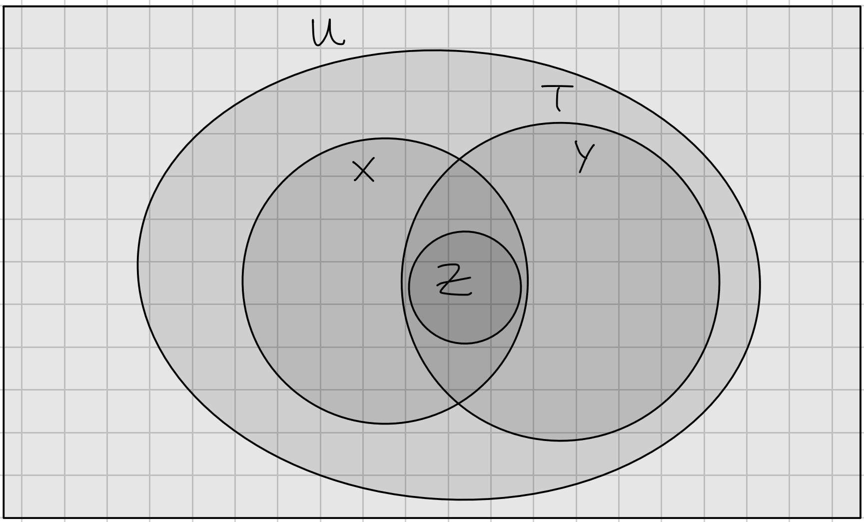
b) $\forall x,y \in \mathbb{N}, \exists z \in \mathbb{N} \,/\, D(x,12) \wedge D(y,12) \rightarrow D(z,12) \wedge M(z, g(x,y))$

$\forall x,y \in \mathbb{N}, D(x,12) \wedge D(y,12) \rightarrow \exists z \in \mathbb{N} \,/\, D(z,12) \wedge M(z, g(x,y))$

$D(12) = 1, 2, 3, 4, 6, 12$

3 U no vacío

a) $\forall X,Y \subseteq U, \exists Z, T \subseteq U \,/\, X \cap Y \neq \emptyset \rightarrow Z \subseteq X \subseteq T \wedge Z \subseteq Y \subseteq T$



$P(U)$ = Universal $\rightarrow$ Predicados I, C y función f

$I(X,Y)$ X igual a Y

$C(X,Y)$ X contenido en Y

$f(X,Y)$ $X \cap Y$

$\forall X,Y \in P(U), \exists Z,T \in P(U) \,/\, I'(f(X,Y), \emptyset) \rightarrow C(Z,X) \wedge C(Z,Y) \wedge C(X,T) \wedge C(Y,T)$

$\exists X,Y \in P(U), \forall Z,T \in P(U) \,/\, I'(f(X,Y), \emptyset) \wedge (C'(Z,X) \vee C'(X,T) \vee C'(Z,Y) \vee C'(Y,T))$

(4) $U = \{a, b, c, d\}$ y subconjunto $A = \{a\}$

$\forall X, Y \subseteq U, \; X \cap Y \subseteq A \wedge X \cap Y \neq \emptyset \rightarrow X \subseteq A \vee a \in Y$

La tesis, al ser una disyunción, nos sirve con que solamente una sea verdadera. Por lo tanto, de la hipótesis observamos que $X \cap Y \subseteq A$ por lo tanto $\{a\} \in X \cap Y$ y como $X \cap Y \subseteq Y$ podemos concluir que $a \in Y$

↳ ya que $A = \{\{a\}, \emptyset\}$ y $X \cap Y \neq \emptyset$ pero $X \cap Y \subseteq A$ por lo tanto $a \in X \cap Y$

Por lo que es cierto.

$I(X,Y)$ X igual Y

$C(X,Y)$ X contenido en Y

$f(X,Y) = X \cap Y$

$A = \{a\}$

$\forall X, Y \in P(U), C(f(X,Y), A) \wedge I'(f(X,Y), \emptyset) \rightarrow C(X, A) \vee C(A, Y)$

$\exists X, Y \in P(U), C(f(X,Y), A) \wedge I'(f(X,Y), \emptyset) \wedge C'(X, A) \wedge C'(A, Y)$

(5)

a) Siendo $U = \{a, b\}$ $\exists x \in U \,/\, Q(x)$ Esto significa $Q(a) \vee Q(b)$

- Si $Q(a)$ entonces lo que dice es mentira y $Q(b)$
- Si $Q(b)$ entonces a dice la verdad y $P(a)$

Por lo tanto esta es la correcta.

b) $Q(a) \veebar P(b)$

- Si $Q(a)$ entonces miente por lo tanto para que sea falso lo que dice $P(b)$ tiene que ser verdadero. $P(b)$
- Si a es escudero dice la verdad entonces $P(a)$ es verdad, por lo tanto $P(a)$ siempre, b no se sabe

c) $Q(a) \wedge P(b)$

Declarativa	Prolog	Clausulada	
$A_3 \leftarrow$	$A_3 .$	A_3	A_3
$A_1 \leftarrow B_1$	$A_1 :- B_1$	$B_1' \vee A_1$	$B_1 \rightarrow A_1$
$A_2 \leftarrow B_2, B_3$	$A_2 :- B_2, B_3$	$B_2' \vee B_3' \vee A_2$	$B_2 \cap B_3$

EJERCICIO TRABAJO GUIADO 2021-2022

8

$$P \begin{cases} C_1: p(a,b) \leftarrow \\ C_2: q(b) \leftarrow \\ C_3: r(y,b) \leftarrow p(y,z), q(z) \\ C_4: s(a) \leftarrow r(a,b) \end{cases}$$

i) $U = \{a, b\}$

$B = \{p(a,a), p(a,b), p(b,b), p(b,a), q(a), q(b), r(a,a), r(a,b), r(b,a), r(b,b), s(a), s(b)\}$

ii) Modelo mínimo

$I_0 = \{p(a,b), q(b), r(a,b), s(a)\}$

iii) $I_1 = I_0 \cup \{p(b,b)\}$ × No es modelo

$I_2 = I_0 \cup \{p(b,b), r(b,b)\}$ ✓ modelo

$I_3 = I_0 \cup \{r(b,b)\}$

Base $= \{r(a), r(b), q(a,b)$

SLD - Resolución:

$$P = \begin{cases} C_1: p(a,b) \leftarrow \\ C_2: q(b) \leftarrow \\ C_3: r(y,b) \leftarrow p(y,z), q(z) \\ C_4: s(a) \leftarrow r(a,b) \end{cases}$$

TRABAJO GUIADO

1. Tribu V → veraces Tribu M → mentirosos.

$V(x) \equiv x$ es de la tribu V, personas que siempre dicen la verdad,

$M(x) \equiv x$ es de la tribu M, personas que siempre mienten.

Habitantes → a y b persona → x

i) a dice: Si yo digo la verdad y b miente, entonces $2+3=6$.

$V(a) \wedge M(b) \rightarrow \boxed{2+3=6}$

V V → F

F

a miente y b miente o dice la verdad.

$V(a) \wedge M(b) \rightarrow 2+3=6$

F F F

V

Si $V(a)=V$, $V(b)$ No se cumple que sea verdad lo que dice

$\boxed{\text{Solución } V(a) \text{ y } M(b)}$

Se cumple Que $Q(a)$ dice una mentira.

ii) a dice: Si yo digo la verdad, entonces o yo o b somos mentirosas. a miente y b: verdad.

$P(a) \rightarrow Q(a) \veebar Q(b)$

V F V

V

$P(a) \rightarrow Q(a) \veebar Q(b)$

F V

V

iii) a dice: Si yo o b somos mentirosas, entonces yo miento a miente y b: verdad ∴ $M(a)$ y $V(b)$

$M(a) \veebar M(b) \rightarrow M(a)$

V F V

V V

F V F

V F

F

6. Programa lógico definido (p, q, r son predicados; a, b constantes; y, z, v variables

$$P = \begin{cases} C_1 : p(y) \leftarrow \\ C_2 : q(b, z) \leftarrow p(z) \\ C_3 : r(v, a) \leftarrow q(v, a) \end{cases}$$

$y = z = a$

$v = b$

$p(a)$, $q(b,a)$, $r(b,a)$

a) Universo Herbrand y Base de P

$U = \{a, b\}$

$B = \{p(a); p(b); q(a,a); q(a,b); q(b,b); q(b,a); r(a,a); r(a,b); r(b,b); r(b,a)\}$

b) Modelo mínimo de Hebrand I_0 de P

$I_0 = \{p(a); p(b); q(b,a); q(b,b); q(a,a); q(b,a); r(a,a); r(b,a)\}$.

c) 1 modelo de Hebrand con 3 elementos y otro con 7 elementos.

$I_1 = \{q(b,a); p(a); r(b,a)\}$

$I_2 = \{p(b); p(a); q(b,a); r(b,a); q(b,b); q(a,a); r(a,a)\}$

d) SLD - resolución

a) $A = \forall x / p(x)$ $G = A' = p'(x)$

$$P + G = \begin{cases} G: & \leftarrow \quad p(x) \equiv p'(x) \\ C_1: p(y) \leftarrow & \\ C_2 \quad q(b,z) \leftarrow p(z) & \\ C_3: r(u,a) \leftarrow q(u,a) & \end{cases}$$

$\downarrow \quad s = \{y|x\}$

$$\begin{cases} G_1 \quad \leftarrow \quad \square \\ — \\ — \\ — \end{cases}$$

b) $B = \exists x / q'(a,x)$ No SE Puede

c) $C = \exists x / r(x,a)$

$G = C' = r'(x,a)$

$$\begin{cases} G = \quad \leftarrow r(x,a) \equiv r'(x,a) \\ C_1 \ldots \\ C_2 \ldots \\ C_3 \ldots \end{cases}$$

$\xrightarrow{s = \{u|x\}}$ $G = \square$

d) $D = \exists x / r(x,b)$

$G = r'(x,b) \rightarrow s = \{u|x$

No se puede sustituir una variable por otra

e) $E = \exists x / p(x) \wedge r(b,x)$

$G = p'(x) \vee r'(b,x)$

- $s = \{y|x\}$ $G_1 = r'(b,y)$ $s = \{a|y\}$ - $G = \square$

EJERCICIO 2

$N^* = N - \{0\}$ y U es no vacío:

a) $I(a,b) \equiv$ a es igual a b, $\forall a,b \in \mathbb{N}$ $E(a,b,c) \equiv$ a se encuentra entre b y c

$D(a,b) \equiv$ a divide a b, $\forall a,b \in \mathbb{N}$ $\forall a,b,c \in \mathbb{N}$

$\forall x,y \in \mathbb{N},\ D(10,x) \wedge D(10,y) \wedge I'(x,y) \longrightarrow \exists z \in \mathbb{N} /\ D'(2,z) \wedge D(7,z) \wedge E(z,x,y).$

La secuencia es falsa, ya que si tomamos 10 y 20 como los múltiplos de 10 distintos (x, y)

x = 10 ; y = 20. El único múltiplo de 7 entre 10 y 20 es 14, pero no es impar, por lo que no se cumple.

b) No es verdad.

c) Negación de E_1: $\exists x,y \in \mathbb{N}, \forall z \in \mathbb{N} / D(10,x) \wedge D(10,y) \wedge I'(x,y) \wedge (D(2,z) \vee D'(7,z) \vee E'(z,x,y))$.

Negación de E_2: $U = P(U)$ $f(X,Y) = X \cap Y$ $I(X,Y)$ X igual Y

$C(X,Y) = X \subseteq Y$ $g(X,Y) = X \cup Y$

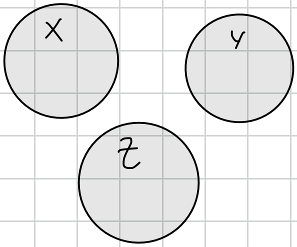
$$\exists X,Y \in P(U),\ \forall Z \in P(U) /\ I'(X,Y) \wedge (C'(X,Z) \vee C'(Z, g(X,Y)))$$

Discutir verdad Negación E1:

Es cierto, ya que para todo z que sea par o múltiplo de 7, encontramos dos múltiplos de 10 distintos entre los que estar.

Discutir verdad Negación E_2:

$$X \neq Y \wedge X \nsubseteq Z \vee Z \nsubseteq X \cup Y$$



EJERCICIO 3:

$[\forall x, \exists y, z / P'(x,a) \to Q'(y, f(a)) \wedge R(z)]' \wedge [\forall x, \exists y / P(b,x) \vee R'(a) \to Q(x, f(y))]$

$[\forall x, \exists y, z / P(x,a) \vee (Q'(y, f(a)) \wedge R(z))]' \wedge [\forall x, \exists y / (P'(b,x) \wedge R(a)) \vee Q(x, f(y))] =$

$[\exists x, \forall y, z / P'(x,a) \wedge (Q(y, f(a)) \vee R'(z))] \wedge [\forall x, \exists y / (P'(b,x) \wedge R(a)) \vee Q(x, f(y))]$

$[\exists x, \forall y, z / P'(x,a) \wedge (Q(y, f(a)) \vee R'(z))] \wedge [\forall t, \exists u / (P'(b,t) \wedge R(a)) \vee Q(t, f(u))]$

Sustituimos x por c $\qquad$ sustituimos u por g(t)

$[\forall y, z / P'(c,a) \wedge (Q(y, f(a)) \vee R'(z)))] \wedge [\forall t / (P'(b,t) \wedge R(a)) \vee Q(t, f(g(x)))]$

$[P'(c,a) \wedge (Q(y, f(a)) \vee R'(z)))] \wedge [(P'(b,t) \wedge R(a)) \vee Q(t, f(g(x)))]$

$P'(c,a) \wedge (Q(y, f(a)) \vee R'(z)) \wedge (P'(b,t) \vee Q(t, f(g(x)))) \wedge (R(a) \vee Q(t, f(g(x))))$

$P'(c,a) \wedge [Q(y, f(a)) \vee R'(z)] \wedge [P'(b,t) \vee Q(t, f(g(x)))] \wedge [R(a) \vee Q(w, f(g(s)))]$

$C_1 = P'(c,a)$

$C_2 = [Q(y, f(a)) \vee R'(z)]$

$C_3 = P'(b,t) \vee Q(t, f(g(x)))$

$C_4 = R(a) \vee Q(w, f(g(s)))$

EJERCICIO 4

$C_1 = P(x,y,a) \vee P(f(z),b,z) = L_1 \vee L_2$

$C_2 = P'(f(b),t,a) \vee P'(f(u),b,a) = M_1 \vee M_2$

a)

Aplicando resolución

$C_1: P(\cancel{f(b),t,a}) \vee P(f(z),b,z)$

$C_2: P'(\cancel{f(b),t,a}) \vee P'(f(u,b,a)$

$R_1: P(f(z),b,z) \vee P'(f(u),b,a)$

① $L_1 \wedge M_1' =$ unificables mediante sustitución

$s_1 = \{f(b)|x,\ t|y\} \rightarrow L_1 s_1 = P(f(b),t,a)$

② $L_1 \wedge M_2' =$ Unificables mediante sustitución.

$s_2 = \{f(u)|x,\ b|y)$

$L_1 s_2 = P(f(u),b,a)\} = M_2' s_2$

$C_1: P(\cancel{f(u),b,a}) \vee P(f(z),b,z)$

$C_2: P'(f(b),t,a) \vee P'(\cancel{f(u),b,a})$

$R_2: P'(f(z),b,z) \vee P'(f(b),t,a)$

③ $L_1 \wedge M_1 \wedge M_2 \rightarrow$ unificables sustitución $(L_1, M_1'$ y $M_2')$

$s_3 = \{b|u,\ b|y,\ f(b)|x,\ b|t\}$

$L_1 s_3 = P(f(b),b,a) = M_1' s_3 = M_2' s_3$

$C_1: P(\cancel{f(b),b,a}) \vee P'(f(z),b,z)$

$C_2: P'(\cancel{f(b),b,a}) \vee P'(\cancel{f(b),b,a})$

$R_3: P'(f(z),b,z)$

④ $L_2 \wedge M_1$; ⑥ $L_2 \wedge M_1 \wedge M_2$; ⑦ $L_1 \wedge L_2 \wedge M_1$; ⑨ $L_1 \wedge L_2 \wedge M_1 \wedge M_2$ No son unificables

Ya que no se puede cambiar la variable z por constantes diferentes.

⑤ $L_2 \wedge M_2$ Unificables por sustitución:

$s_5: \{z|u,\ a|z\}$

$L_2 s_5 = P(f(a),b,a) = M_2' s_5$

$C_1: P(x,y,a) \vee P(\cancel{f(a),b,a})$

$C_2: P'(f(b),t,a) \vee P'(\cancel{f(a),b,a})$

$R_4: P(x,y,a) \vee P'(f(b),t,a)$

⑧ $L_1 \wedge L_2 \wedge M_2$ unificables por sustitución

$s_8 = \{a|z,\ a|u,\ f(a)|x,\ b|y\}$

$L_1 s_8 = P(f(a),b,a) = L_2 s_8 = M_2' s_8$

$C_1: P(\cancel{f(a),b,a}) \vee P(\cancel{f(a),b,a})$

$C_2: P'(f(b),t,a) \vee P(\cancel{f(a),b,a})$

$R_8: P'(f(b),t,a)$

b) $L_2 = P(x,b,z)$ ¿□?

$C_1: P(x,y,a) \vee P(x,b,z)$

$C_2: P'(f(b),t,a) \vee P'(f(b),b,a)$

Unificables usando sustitución

$s\{b|t,\ b|y,\ a|z,\ f(b)|x,\ y|b\}$

$L_1 s = P(f(b),b,a) = L_2 s = M_1' s = M_2' s$

$C_1: P(\cancel{f(b),b,a}) \vee P(\cancel{f(b),b,a})$

$C_2: \cancel{P'(f(b),b,a)} \vee \cancel{P'(f(b),b,a)}$

$R\quad \square$

SE PUEDE

EJERCICIO 5

i) Anacleto es un corrupto $\rightarrow \exists a \in U, C(a)$

Cuando ("si") alguien es un corrupto $\rightarrow \forall x \in U, C(x)$

Su jefe también es corrupto $C(f(x))$ ← jefe

Todo el mundo $\forall y \in U$

Respeta a su jefe $R(y, f(y))$

Por tanto, algún corrupto $\exists z \in U, C(z)$

Respetado por alguien $\exists t \in U, R(t, z)$

$$\begin{cases} \exists a \in U, C(a) \\ \forall x \in U, C(x) \rightarrow C(f(x)) \end{cases}$$

Predicados

U = personas

$C(x)$ = x es un corrupto

$R(x,y)$ = x respeta a y ; y es respetado por x

Funciones

$f(x)$ = el jefe de x.

a) Formalización

$$\exists a \in U, C(a) \wedge \forall x \in U, C(x) \rightarrow C(f(x)) \wedge \forall y \in U, R(y, f(y)) \rightarrow \exists z, t \in U / R(t, z)$$

b) Forma clausulada.

$$\underbrace{C(a)}_{C_1} \wedge \underbrace{[C'(x) \vee C(f(x))]}_{C_2} \wedge \underbrace{R(y, f(y))}_{C_3}$$

Tesis negada: $\forall z, t \in U, R'(t, z)$

c) Formalmente válido demostrado por refutación.

Ts las unificamos con $s = \{y|t, f(y)|z\}$ y obtenemos $C_3 s = R(y, f(y))$

Aplicando resolución $C_3 s \wedge C_3' = R = \square \rightarrow$ formalmente válido.

ii) Cualquiera $\forall x \in U$ que sea (Subjuntivo) más popular que su manager $P(x, f(x))$ es futbolista $F(x)$

Antonia trabaja con Daniela. Quien quiera que trabaje con Daniela es más popular que la manager de Antonia. Por tanto, Antonia es futbolista

$\exists a \in U$ — $T(a,b)$ — $\exists b \in U$ — $\forall y \in U$ — $T(y,b)$ $\rightarrow$ $P(y, f(a))$ — $F(a)$

a) Formalizar

Predicados
- $F(x)$ = x es futbolista
- $T(x,y)$ = x trabaja con y
- $P(x,y)$ = x es más popular que y

U = personas funciones: $f(x)$ = manager de x

$$\forall x \in U, [P(x, f(x)) \rightarrow F(x) \wedge \exists a, d \in U / T(a,d) \wedge \forall y, T(y,b) \rightarrow P(y, f(a))] \rightarrow F(a)$$

b) Forma clausulada

$$(P'(x, f(x)) \vee F(x)) \wedge T(a,b) \wedge [T'(y,b) \vee P(y, f(a))]$$

Tesis negada: $F'(a)$ (T)

c) Resolución por refutación

Sustitución $s = \{a | x\}$, obtenemos.

$C_1 s$: $P'(a, f(a)) \vee \cancel{F(a)}$

T': $\cancel{F'(a)}$

R_1: $P'(\cancel{a, f(a)})$

C_3: $T'(a,b) \vee \cancel{P(a, f(a))}$

R_2: $T'(a,b)$

R_2: $T'(a,b)$

C_2: $T(a,b)$

$R_3 = \square \rightarrow$ Razonamiento formalmente váli o.

CHULETA CONJUNTOS BORROSO

$$\left.\begin{array}{l} P \subseteq U \times V \\ Q \subseteq V \times W \end{array}\right\} R = P \circ Q \subseteq U \times W$$

EJERCICIOS

Ejercicio 14:

$U = \{$ mi casa (c), mi trabajo (t) $\}$

$V = \{$ Restaurante ... (r), Bar ... (b), Pub ... (p) $\}$

$W = \{$ paella ... (pm), gamba ... (gg), gin tonic (gt) $\}$

$A = \{y \in V$: y es un establecimiento de restauración de calidad $\} = \{r|0.9,\ b|0.5,\ p|0.4\}$

$P = \{(x, y) \in U \times V$: $x \in U$ está cerca de $y \in V$

$Q = \{(y, z) \in V \times W$: en $y \in V$ preparan bien $z \in W\}$

$R(x, z) =$ x está cerca de donde preparan bien z

$R = \underset{\substack{\cap\\ U\times V}}{P} \circ \underset{\substack{\\ V\times W}}{Q} \subseteq U \times W$

$$R = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} pm & gg & gt \end{array} \\ \begin{array}{c} c \\ t \end{array} & \begin{pmatrix} 0.7 & 0.7 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.7 \end{pmatrix} \end{array}$$

Ej: Mi casa queda cerca de donde preparan bien gin tonics, pero no está cerca del pub: $R(c, gt) \wedge P'(c, p)$

Ejercicio 3.- Dados los universos $\mathcal{U}$ de lugares de destinos de viajes y $\mathcal{V}$ de categorías (clases) de viaje

$\mathcal{U} = \{$ `Nueva York` (y), `Venecia` (v), `Patagonia` (p), `Benidorm` $(b)\}$

$\mathcal{V} = \{$ `romántico` (r), `cosmopolita` (c), `aventurero` $(a)\}$

se definen los conjuntos borrosos

$A = \{x \in \mathcal{U} : x$ es un destino caro $\} = \{y|0.6,\ v|0.4,\ p|0.9,\ b|0.1\}$

$B = \{x \in \mathcal{U} : x$ es un destino popular como viaje de fin de curso $\} = \{y|0.6,\ v|0.7,\ p|0.1,\ b|0.4\}$

y la relación borrosa

$R = \{(x, y) \in \mathcal{U} \times \mathcal{V} :$ `el destino` $x \in \mathcal{U}$ `se podría considerar que está en la categoría` $y \in \mathcal{V}\}$

con expresión matricial

$$\{0.6,\ 0.4,\ 0.9,\ 0.1\}\ R = \begin{array}{c|ccc} & r & c & a \\ \hline y & 0.4 & 0.9 & 0.3 \\ v & 0.8 & 0.2 & 0.3 \\ p & 0.2 & 0.1 & 1 \\ b & 0.1 & 0.2 & 0 \end{array}$$

asociados a los predicados

$$\begin{cases} A(x) : x \text{ es una destino caro }; \quad x \in \mathcal{U}, \\ B(x) : x \text{ es un destino popular como viaje de fin de curso }; \quad x \in \mathcal{U}, \\ R(x, y) : \text{ el destino } x \text{ se podría considerar que está en la categoría } y; \quad x \in \mathcal{U}, y \in \mathcal{V}. \end{cases}$$

$A \circ R(y)$: Un destino caro es de la categoría $y \in V$.

Se pide:

i) Calcula la composición unaria $A \circ R$, detallando el universo sobre el que se obtiene y su función grado de pertenencia. (1 punto)

$A \circ R = \{0.4 \quad 0.6 \quad 0.9\} = A \circ R = \{r|0.4 \quad c|0.6 \quad a|0.9\} \subseteq V$

ii) Calcula el dominio de R, detallando el universo sobre el que se obtiene y su función grado de pertenencia. (0.5 puntos) $\underset{\mathcal{U}}{\underset{\cap}{A}} \circ \underset{\mathcal{U}\times V}{\underset{\cap}{R}} = V$

$\forall x \in \mathcal{U}, \operatorname{dom}(R)(x) = \max_{y \in V} \{\mu_R(x, y)\} = \operatorname{dom}(R) = \{y|0.9 \quad v|0.8 \quad p|1 \quad b|0.2\}$

iii) Formaliza detalladamente la expresión "Benidorm no es un destino caro, pero no es muy romántico". Calcula el grado de verdad (interpretada como muy falsa) de dicha expresión, indicando las interpretaciones de los conectivos y modificadores. (1.25 puntos)

iv) Formaliza detalladamente la expresión " Nueva York es un destino popular como viaje fin de curso, ya que se pordría considerar como cosmopolita y no es muy caro". Calcula el grado de verdad (interpretada como algo verdadera) de dicha expresión, indicando las interpretaciones de los conectivos y modificadores. (1.25 puntos)

Observaciones: Las respuestas han de ser razonadas y se darán con todo detalle.
La calificación en la parte de los ejercicios hace media aritmética con la calificación del test.
Ejercicios 1, 2 y 3, con pesos 3.5, 2.5 y 4, respectivamente. Tiempo máximo: 3 horas (Cuestiones y Ejercicios).

Benidor destino caro = $A(b)$ no $A(b)$

Benidor romantico = $R(b, r)$ $\wedge$ no muy $R(b, r)$

$E =$ no $A(b) \wedge$ no muy $R(b, r)$

GRADOS VERDAD

Como verdadera E : $I(E) = \min\{1 - 0.1,\ 1 - 0.1^2\} = \min\{0.9,\ 0.99\} = \boxed{0.9}$

Como muy falsa (E): $I_{\text{muy falsa}}(E) = (1 - 0.9)^2 = 0.1^2 = 0.01$

NY no es un destino popular como... fin de curso $B(y)$

considerar cosmopolita ... $R(y, c)$

Muy caro $A(y)$

$$F = \underbrace{R(y, c) \wedge \text{no muy } A(y)}_{F_1} \Rightarrow \underbrace{B(y)}_{F_2}$$

GRADOS VERDAD

$I(F_1) = \min\{0.9,\ 1 - 0.6^2\} = \min\{0.9,\ 0.64\} = 0.64$

Zadeh

$I(F) = \max\{\min\{0.64,\ 0.6\},\ 1 - 0.64\} = \max\{0.6,\ 0.36\} = 0.6$

Interpretada como algo verdadera $(F) = \sqrt{0.6}$

11.- Sobre el universo $\mathcal{U} = \{a, b, c, d\}$ consideramos los conjuntos borrosos $A = \{a|0.3, c|0.4, d|1\}$, $B = \{b|0.2, d|\delta\}$ y $D = \{a|0.7, c|0.6\}$, donde $\delta \in (0, 1]$:

a) $\exists \delta \in (0,1] / A' \subseteq B'$ b) $C(A', 0.4) = \{a, b, c\}$
c) $\forall \delta \in (0,1], d \in C(B, 1-\delta)$ d) $C(D', 0.2) = \{a|0.3, c|0.4\}$

12.-Para los conjuntos borrosos de la **Cuestión 11**, es falso:
a) A está normalizado b) Si $\delta = 0.5$, entonces $\mu_{\text{nor}(B)}(b) = 0.4$
c) $B \cap D = \emptyset$ pero $B' \cup D' \neq \mathcal{U}$ d) Todas las anteriores

13.-Para los conjuntos borrosos de la **Cuestión 11**, es falso:
a) $\mu_{A\times B}(d, d) = \delta$ b) $\forall x, y \in \mathcal{U}, \mu_{B\times D}(x, y) = 0$
c) $\forall x \in \mathcal{U}, \mu_{B\times D}(x, x) = 0$ d) $\mu_{A\times B} : \mathcal{U} \times \mathcal{U} \longrightarrow [0, 1]$

14.-Para los conjuntos borrosos de la **Cuestión 11**, se verifica:
a) $\mu_{A\cap B}(d) = \delta$ b) $A \cup B = A$ c) cardinal$(D') = 1.3$ d) Todas las anteriores

15.- **Es falso**:
a) Dados conjuntos borrosos $A, B \subseteq \mathcal{U}$, si $A \subseteq B$ entonces $B' \subseteq A'$
b) Los conjuntos clásicos son casos particulares de conjuntos borrosos
c) Dado un conjunto borroso $A \subseteq \mathcal{U}$, existe $A' \subseteq \mathcal{U}$ tal que $A \cap A' = \emptyset$ y $A \cup A' = \mathcal{U}$
d) Ninguna de las anteriores

16.-Considérese el universo $\mathcal{U} = \{1, 2, 3\}$. Dada la relación borrosa binaria $R \subseteq \mathcal{U} \times \mathcal{U}$, con función grado de pertenencia $\mu_R : \mathcal{U} \times \mathcal{U} \longrightarrow [0, 1]$ definida por $\mu_R(x, y) = \frac{x+y}{x+y+2}$, se verifica:
a) $\exists x \in \mathcal{U} / \mu_{\text{ran}(R)}(x) \neq \mu_{\text{dom}(R)}(x)$ b) $\text{dom}(R') \subseteq \text{ran}(R)$
c) $\forall x, y \in \mathcal{U}$, $\mu_{R'}(x, y) = \frac{2}{x+y}$ d) Todas las anteriores

17.-Sean $A(x)$ y $B(y)$ predicados borrosos sobre $\mathcal{U}$ y $\mathcal{V}$ respectivamente, $A = \{x \in \mathcal{U} : A(x)\}$, $B = \{y \in \mathcal{V} : B(y)\}$, $x_0 \in \mathcal{U}$, $y_0 \in \mathcal{V}$. Se verifica:
a) Si $\mathcal{I}(A(x_0)) = 0$, entonces $\mathcal{I}(A(x_0) \vee B(y_0)) = B(y_0)$
b) Si $\mathcal{I}(A(x_0)) = 0$, entonces $\mathcal{I}(A(x_0) \vee B(y_0)) = 0$
c) Si $\mathcal{I}(A(x_0)) = 0$, entonces $\mathcal{I}(A(x_0) \wedge B(y_0)) = \mathcal{I}(A(x_0) \vee B(y_0))$
d) Si $\mathcal{I}(A(x_0)) = 0$, entonces $\mathcal{I}(A(x_0) \wedge B(y_0)) = 0$

18.-Sea $A(x)$ un predicado borroso sobre $\mathcal{U}$, $A = \{x \in \mathcal{U} : A(x)\}$ y $x_0 \in \mathcal{U}$. **Es falso**:
a) $\mathcal{I}(\text{algo } A(x_0)) = \sqrt{\mu_A(x_0)}$ b) $\mathcal{I}(\text{muy } A(x_0)) \geq \mu_A(x_0)$
c) $\mathcal{I}(\text{no muy} A(x_0)) = 1 - \mathcal{I}(A(x_0))^2$ d) Todas las anteriores

19.-Sea $R \subseteq \mathcal{U} \times \mathcal{V}$ una relación borrosa binaria y $x_0 \in \mathcal{U}$. Se verifica:
a) $\forall y \in \mathcal{V}$, $\mu_{\text{ran}\, R}(x_0) \geq \mu_R(x_0, y)$ b) $(\text{dom}\, R) \circ R \subseteq \mathcal{U}$
c) $\forall y \in \mathcal{V}$, $\mu_{\text{dom}\, R}(x_0) \geq \mu_R(y, x_0)$ d) $R' \subseteq \mathcal{U} \times \mathcal{V}$

20.-Sea $A(x)$ un predicado borroso sobre $\mathcal{U}$, $A = \{x \in \mathcal{U} : A(x)\}$ y $x_0 \in \mathcal{U}$. **Es falso**:
a) $\mathcal{I}_{\text{falsa}}(A(x_0)) = \mathcal{I}_{\text{verdadera}}(A'(x_0))$ b) $\mathcal{I}_{\text{muy verdadera}}(A'(x_0)) = 1 - (\mu_A(x_0))^2$
c) $\mathcal{I}_{\text{algo verdadera}}(A(x_0)) \geq \mathcal{I}_{\text{verdadera}}(A(x_0))$ d) Todas las anteriores

<u>Observaciones</u>: Se podrá iniciar la segunda parte del examen en cuanto entregue esta primera parte (test). Se deben dar las respuestas en la parte inferior indicada.
Cada respuesta correcta suma 0.5. Cada respuesta incorrecta resta 0.125. Tiempo máximo: 1h30m.

<u>Respuestas:</u>

1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10 ,11 ,12 ,13 ,14 ,15 ,16 ,17 ,18 ,19 ,20

SIMULACRO

2. $\mu_R(x,y) = \begin{cases} 1/x & x = y \\ 0 & x \neq y \end{cases}$

dom = filas

ran = columnas

I (algo $A(x_0)$) $\leq \alpha$

$A \circ (A \times B)$

$\overline{U \circ U} \times U = U$

Lógica. Examen Enero 2023.

Apellidos: **Nombre:** **Grupo:**
Control: 1 - 2

1.- Considérese el programa lógico definido $\mathcal{P} = \begin{cases} C_1 : p(y) & \leftarrow \\ C_2 : q(a,t) & \leftarrow \quad p(t) \\ C_3 : r(u,a) & \leftarrow \quad q(u,b) \end{cases}$
donde p, q, r son predicados, a, b son constantes e y, t, u son variables, y las fórmulas:
$A \equiv \exists x/\, q(x,x) \wedge r(x,x)$, $B \equiv \exists x/\, p(x) \wedge q(a,x)$, $C \equiv \exists x/\, q(x,b)$. Se verifica:
a) A se deduce de $\mathcal{P}$ por SLD-resolución b) B se deduce de $\mathcal{P}$ por SLD-resolución
c) C se deduce de $\mathcal{P}$ por SLD-resolución d) Todas las anteriores

2.- Sea $\mathcal{P}$ el programa de la **Cuestión 1**, $\mathcal{B}$ su base de Herbrand, e $\mathcal{I}_0$ su modelo mínimo de Herbrand. **No** es modelo de Herbrand de $\mathcal{P}$:
a) $\mathcal{I}_0 \cup \{r(b,b)\}$ b) $\mathcal{I}_0 \cup \{q(b,a)\}$ c) $\mathcal{B}$ d) $\mathcal{I}_0 \cup \{q(b,b)\}$

3.- Sea $\mathcal{P}$ un programa lógico definido con universo de Herbrand $\mathcal{U} = \{a, b, c\}$. Si las cláusulas de $\mathcal{P}$ contienen 2 predicados con n_1 y n_2 argumentos, respectivamente, entonces el número de elementos de la base de Herbrand de $\mathcal{P}$ es:
a) $3^{n_1} + 3^{n_2}$ b) $3n_1 + 3n_2$ c) $n_1^2 + n_2^2$ d) Ninguna de las anteriores
(**NOTA: No se refiere al programa definido de la Cuestión 1**)

4.- Dada la fórmula proposicional $A \equiv [(p \wedge q) \wedge (p \Longrightarrow r) \wedge (q \Longrightarrow s)] \Longrightarrow r' \vee s$:
a) Existe una interpretación que no es modelo de A b) Es tautología
c) Es una contingencia d) Es falsa si s es falsa

5.- Sean A, B y C fórmulas proposicionales, tales que C es consecuencia lógica de $\{A, B\}$. Se verifica:
a) C se puede deducir de $\{A, B\}$ por resolución con refutación b) $\{A, B, C'\}$ es insatisfactible
c) Todo modelo de $A \wedge B$ es modelo de C d) Todas las anteriores

6.- Considerando como conjunto universal $\mathcal{U}$ el conjunto de autores científicos en un área determinada, y suponiendo el siguiente predicado, $C(x,y)$: `el autor` x `cita al autor` y, la expresión, *Todo autor tiene al menos un autor que lo cita* , correspondería a la formalización:
a) $\forall y \in \mathcal{U}, \forall x \in \mathcal{U}, C(x,y)$ b) $\exists x \in \mathcal{U}/\forall y \in \mathcal{U}, C(x,y)$
c) $\forall x \in \mathcal{U}, \exists y \in \mathcal{U}/C(y,x)$ d) Ninguna de las anteriores

7.- Sobre el universo $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$, consideramos el predicado $P(x) \equiv x$ `es primo`, y la función $f(x) = x + 2$. Entonces se verifica:
a) $\exists x \in \mathbb{N}^*/\, P(x) \Rightarrow P(f(x))$ b) $\forall x \in \mathbb{N}^*,\, P(x) \Rightarrow P'(f(x))$
c) $P(f(9)) \Rightarrow P(9)$ d) $\forall x \in \mathbb{N}^*,\, P(x) \vee P(f(x))$

8.- Sea $\mathcal{U}$ un conjunto no vacío y considérense los conjuntos $A = \{x \in \mathcal{U} : P(x)\}$ y $B = \{x \in \mathcal{U} : Q(x)\}$ definidos por comprensión a partir de los predicados $P(x)$ y $Q(x)$. Se verifica:
a) $A \neq B \Longleftrightarrow (\exists x \in \mathcal{U}/\, P(x) \neq Q(x))$ b) $A - B = \{x \in \mathcal{U} : P(x) \wedge Q'(x)\}$
c) $\forall x \in A \cup B, \quad P(x) \vee Q(x)$ d) Todas las anteriores

9.-Dadas las cláusulas

$$\begin{aligned} C_1 &= P'(t,y,x) \vee P'(b,a,f(z)) &= L_1 \vee L_2 \\ C_2 &= P(b,a,f(u)) \vee P(w,a,w) &= M_1 \vee M_2 \end{aligned}$$

en las que x, y, z, t, u, w son variables, a, b constantes y f una función, **es falso**:
a) L_1 y M_1' son unificables b) L_2 y M_1' son unificables
c) L_1 y M_2' son unificables d) M_1 y M_2 son unificables

10.-Para las clásulas de la **Cuestión 9** y la cláusula vacía $\square$, es **falso**:
a) M_2 se obtiene por resolución a partir de las generatrices C_1 y C_2
b) $\square$ se obtiene por resolución a partir de las generatrices C_1 y C_2
c) Es posible obtener por Resolución una Resolvente con un único literal.
d) Es posible obtener por Resolución una Resolvente con dos literales.

a) $\mathcal{U} \cdot \mathcal{U}\times\mathcal{U} = \mathcal{U}$ sí
b) $A\times B = A\cap B$ Falso
c) $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}\times\mathcal{U}$ NO

11.- Dados conjuntos borrosos A, B sobre $\mathcal{U}$, se verifica:
a) $B \circ (A \times B) \subseteq \mathcal{U}$ b) $A \times B = A \cap B$
c) $A \subseteq A \times B$ d) ninguna de las anteriores

a) $A\subseteq B \rightarrow B' \subseteq A'$ sí
c) $A\cap(B\cup A) = B$ Falso
b)
d) $A\cap B = A \rightarrow B\subseteq A$
$A\subseteq B$ NO

12.- Dados conjuntos borrosos A, B sobre $\mathcal{U}$, se verifica:
a) $A \subseteq B \Longrightarrow B' \subseteq A'$ b) $A \subseteq B \Longrightarrow A \cap B' = \emptyset$
c) $A \cap (B \cup A) = B$ d) $A \cap B = A \Longrightarrow B \subseteq A$

(Por ?

13.- Dados conjuntos borrosos A, B sobre $\mathcal{U}$, es **falso**:
a) $(A \cap B)' = A' \cup B'$ b) $A \cap A' = \emptyset$ c) $A \cap B \subseteq A \cup B$ d) $(A \cap B) \cup B = B$

14.- Dados conjuntos borrosos A, B sobre $\mathcal{U}$ con $A \subseteq B$, se verifica:
a) $\texttt{card}\ (A) \leq \texttt{card}\ (B)$ b) $\texttt{altura}\ (A) \leq \texttt{altura}\ (B)$
c) $\forall \lambda \in [0,1]$, $C(A,\lambda) \subseteq C(B,\lambda)$ d) todas son ciertas.

15.- Considérese el universo $\mathcal{U} = \{1,2,3\}$. La relación binaria borrosa $R \subseteq \mathcal{U} \times \mathcal{U}$, con función grado de pertenencia $\mu_R : \mathcal{U} \times \mathcal{U} \longrightarrow [0,1]$ definida por $\mu_R(x,y) = \frac{\max\{x,y\}}{x+y}$, es **falso**:
a) $\forall \lambda \in [0, 0.5]$, $C(\text{dom}(R), \lambda) = \mathcal{U}$ b) $\forall x \in \mathcal{U}$, $\exists y \in \mathcal{U} \,/\, \mu_R(x,y) = 1/2$
c) $\forall \lambda \in [0,1]$, $C(\text{dom}(R), \lambda) \neq \emptyset$ d) $\exists x \in \mathcal{U} \,/\, \forall y \in \mathcal{U}$, $\mu_R(x,y) = x/(x+y)$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1/2 & 2/3 & 3/4 \\ 2 & 2/3 & 2/4=\frac{1}{2} & 3/5 \\ 3 & 3/4 & 3/5 & 3/6=\frac{1}{2} \end{array}$$

16.- Para la relación binaria borrosa de la **Cuestión 15**, se verifica:
a) $\text{dom}(R') = (\text{dom}\, R)'$ b) $\text{dom}\, R = \text{ran}\, R$
c) $\text{dom}\, R \times \text{ran}\, R \subseteq \mathcal{U}$ d) $\text{ran}\ R = (\text{ran}\ R)'$

dom(R') = dom(R)' NO
dom = ran R sí

17.- Sea $A(x)$ un predicado borroso sobre $\mathcal{U}$, $A = \{x \in \mathcal{U} : A(x)\}$ y $x_0 \in \mathcal{U}$. Se verifica:
a) $\mathcal{I}\,(\text{no muy} A(x_0)) = 1 - \mathcal{I}(A(x_0))^2$ b) $\mathcal{I}\,(\text{muy } A(x_0)) \leq \mu_A(x_0)$
c) $\mathcal{I}_{\text{falsa}}\,(\text{muy} A(x_0)) = 1 - \mathcal{I}\,(A(x_0))^2$ d) todas son ciertas

18.- Dados conjuntos borrosos A, B sobre $\mathcal{U}$, se verifica:
a) $\forall x \in \mathcal{U}$, $\mu_{A\cup B}(x,x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ b) $\forall x \in \mathcal{U}$, $\mu_{A\times B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$
c) $(\forall x \in \mathcal{U},\ \mu_A(x) \leq \mu_B(x)) \Longrightarrow A \subseteq B$ d) todas las anteriores.

19.- Sea $P(x)$ un predicado borroso sobre $\mathcal{U}$, $a \in \mathcal{U}$. Entonces se verifica:
a) $\mathcal{I}_{\text{verd.}}(\text{algo} P(a)) = \mathcal{I}_{\text{algo verd.}}(P(a))$ b) $\mathcal{I}_{\text{muy verd.}}(P(a)) = P(a)^2$
c) $\mathcal{I}_{\text{falsa}}(\text{algo} P(a)) = \sqrt{1 - \mathcal{I}_{\text{verd.}}(P(a))}$ d) todas las anteriores

20.- Sean p y q proposiciones borrosas. Se verifica, con los conectivos de Zadeh, que:
a) $\mathcal{I}(p \Longrightarrow q) = \mathcal{I}(p \vee q')$ b) $\mathcal{I}(p \text{ pero no } q) \leq \mathcal{I}_{\text{falsa}}(q)$
c) $\mathcal{I}(p \text{ o } q) \leq \mathcal{I}(p \text{ aunque } q)$ d) Todas las anteriores

Respuestas:

1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10 ,11 ,12 ,13 ,14 ,15 ,16 ,17 ,18 ,19 ,20

Respuestas:
1d, 2d, 3a, 4b, 5d, 6c, 7a, 8d, 9d, 10b, 11a, 12a, 13b, 14d, 15c, 16b, 17d, 18c, 19a, 20b

Lógica. Control 1, Curso 2022/2023.

Apellidos: **Nombre:** **Grupo:**

Ejercicio 1.
Considérense las siguientes sentencias, donde por naturales entendemos los elementos de $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$ y $\mathcal{U}$ es un conjunto finito no vacío:

i) Existen dos naturales primos distintos tales que su suma es un número primo o su mínimo común múltiplo es un número primo.

ii) Para cualesquiera A y B subconjuntos de $\mathcal{U}$, si A y B son disjuntos entonces su unión es $\mathcal{U}$ o los complementarios de A y B no son disjuntos.

Se pide:

a) Formalizarlas en la lógica de predicados (con los predicados, funciones y cuantificadores necesarios). (1.5 puntos)

b) Discutir su verdad. (1.5 puntos)

c) Dar su negación. (1 punto)

Ejercicio 2.-
Discute todas las posibilidades de aplicar la regla de resolución **que conduzcan a resolventes de un único literal** sobre las cláusulas

$$\begin{aligned} C_1 &= P(f(x), a) \vee P(f(y), z) &&= L_1 \vee L_2 \\ C_2 &= P'(t, t) \vee P'(w, u) &&= M_1 \vee M_2 \end{aligned}$$

en las que P es un predicado, x, y, z, t, u, w son variables, a una constante y f una función, detallando las fórmulas unificables que conduzcan a dichas resolventes. Razona si puede obtenerse por resolución a partir de las cláusulas C_1 y C_2 la cláusula vacía. (3 puntos)

Ejercicio 3.-
Dado el siguiente razonamiento de la lógica de predicados sobre un universo $\mathcal{U}$ de personas:
Toda celebrity tiene Instagram. El manager de cualquier actor es una celebrity. Rodolfo es un actor. Entonces: hay alguien que tiene Instagram.

(a) Formalízalo con los predicados, funciones y cuantificadores necesarios. (1 punto)

(b) Expresa en forma clausulada las premisas y la negación de la conclusión. (1 punto)

(c) Razona, usando resolución por refutación, que es un razonamiento formalmente válido. (1 punto)

Ejercicio 4 (control 2):

Dados los universos: $\mathcal{U}$ de cursos ofertados por una asociación cultural, $\mathcal{V}$ beneficios asociados a cursos, $\mathcal{W}$ colectivos recomendados para cursos:
$\mathcal{U} = \{$ `curso de artesanía` (a), `curso de cocina` (c), `curso de danzas manchegas` $(d)\}$
$\mathcal{V} = \{$ `movilidad` (mo), `creatividad` (cr), `alimentación saludable` $(as)\}$,
$\mathcal{W} = \{$ `jóvenes` (jo), `adultos` $(ad)\}$,
se definen los conjuntos borrosos:
$D = \{x \in \mathcal{U} : x$ `es un curso difícil sin conocimientos previos` $\} = \{a|0.7, c|0.6, d|0.5\}$
$C = \{x \in \mathcal{U} : x$ `es un curso caro` $\} = \{a|0.8, c|0.9, d|0.3\}$
y las relaciones borrosas:
$P = \{(x, y) \in \mathcal{U} \times \mathcal{V} :$ `el curso` $x \in \mathcal{U}$ `potencia` $y \in \mathcal{V}\}$
$Q = \{(y, z) \in \mathcal{V} \times \mathcal{W} :$ `los cursos que potencian` $y \in \mathcal{V}$ `son recomendables para el colectivo` $z \in \mathcal{W}\}$
con expresiones matriciales

$$P = \begin{array}{c} \\ a \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} mo & cr & as \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 1 \\ 0.2 & 0.9 & 0.6 \\ 0.9 & 1 & 0.4 \end{pmatrix} \end{array} \qquad Q = \begin{array}{c} \\ mo \\ cr \\ as \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} jo & ad \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \underset{3\times 2}{R} = \begin{array}{c} \\ a \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} jo & ad \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 \end{pmatrix} \end{array}$$

asociados a los predicados:

$$\begin{cases} D(x): & x \text{ es un curso difícil sin conocimientos previos } ; x \in \mathcal{U} \\ C(x): & x \text{ es un curso caro } ; x \in \mathcal{U} \\ P(x,y): & \text{el curso } x \text{ potencia } y \; ; x \in \mathcal{U}, \quad y \in \mathcal{V} \\ Q(y,z): & \text{los cursos que potencian } y \text{ son recomendables para el colectivo } z; \; y \in \mathcal{V}, z \in \mathcal{W} \end{cases}$$

Se pide:

$P \circ Q \subseteq \mathcal{U} \times \mathcal{W}$

$\mathcal{U} \times \mathcal{V} \quad \mathcal{V} \times \mathcal{W} = \mathcal{U} \times \mathcal{W}$

$R(x, z)$: $x \in \mathcal{U}$, $z \in \mathcal{W}$

(a) Sea R definida como: $R = P \circ Q$,

(i) Calcula, si procede, R, detallando el universo sobre el que se obtiene y su función grado de pertenencia. (2,5 puntos)

(ii) Calcula, si procede, dom R, detallando el universo sobre el que se obtiene y su función grado de pertenencia. (1,5 puntos)

(b) Asumiendo que la composición R tiene el significado

$R(x, z)$: `el curso` x `es recomendable para el colectivo` z ; $x \in \mathcal{U}$, $z \in \mathcal{W}$

Formaliza detalladamente la expresión: (2 puntos)

El curso de danzas manchegas, al potenciar más o menos la movilidad y no ser muy caro ni muy difícil sin conocimientos previos, es recomendable para el colectivo de adultos.

$\underbrace{[\text{algo } P(d, mo) \wedge \text{no muy } C(d) \wedge \text{no muy } D(d)]}_{E_1} \Longrightarrow \underbrace{R(d, ad)}_{E_2}$

$E_1 \Rightarrow E_2$

(c) Calcula el grado de verdad de la expresión anterior:

$R(d, ad)$

$I(E_1 \to E_2)$

$0.9 < \sqrt{0.9}$

$I(E_1) = \min\{\sqrt{0.9}, 1 - 0'3^2, 1 - 0.5^2\} = \min\{\sqrt{0.9}, 0.91, 0.75\}$
$= 0.75$

(i) interpretada como verdadera. (3 puntos)

(ii) interpretada como muy falsa (0.5 puntos)

(iii) interpretada como algo verdadera. (0.5 puntos)

$I(E) = I(E_1 \Rightarrow E_2) =$
$= \max\{\min\{0.75, 0.9\}, 1 - 0.75\}$
Zadeh $= 0.75$
I muy falsa $(E) = 0.25^2 \quad (1-x)^2$
I algo verdadero $(E) = \sqrt{0.75}$

Observaciones: Las respuestas han de ser razonadas y se darán con todo detalle.
La calificación en la parte de los ejercicios hace media aritmética con la calificación del test.
Estudiantes con solo el primer control: Ejercicios 1, 2 y 3 (con pesos $4, 3, 3$). Tiempo máximo: $2h$ (Cuestiones y Ejercicios).
Estudiantes con solo el segundo control: Ejercicio 4. Tiempo máximo: $1h20m$ (Cuestiones y Ejercicio).

Ejercicio 4 (control 2):

Dados los universos: $\mathcal{U}$ de cursos ofertados por una asociación cultural, $\mathcal{V}$ beneficios asociados a cursos, $\mathcal{W}$ colectivos recomendados para cursos:
$\mathcal{U} = \{$ `curso de artesanía` (a), `curso de cocina` (c), `curso de danzas manchegas` $(d)\}$
$\mathcal{V} = \{$ `movilidad` (mo), `creatividad` (cr), `alimentación saludable` $(as)\}$,
$\mathcal{W} = \{$ `jóvenes` (jo), `adultos` $(ad)\}$,
se definen los conjuntos borrosos:
$D = \{x \in \mathcal{U} : x$ `es un curso difícil sin conocimientos previos` $\} = \{a|0.7, c|0.6, d|0.5\}$
$C = \{x \in \mathcal{U} : x$ `es un curso caro` $\} = \{a|0.8, c|0.9, d|0.3\}$
y las relaciones borrosas:
$P = \{(x, y) \in \mathcal{U} \times \mathcal{V} :$ `el curso` $x \in \mathcal{U}$ `potencia` $y \in \mathcal{V}\}$
$Q = \{(y, z) \in \mathcal{V} \times \mathcal{W} :$ `los cursos que potencian` $y \in \mathcal{V}$ `son recomendables para el colectivo` $z \in \mathcal{W}\}$
con expresiones matriciales

$$P = \begin{array}{c} \\ a \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} mo \quad cr \quad as \\ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 1 \\ 0.2 & 0.9 & 0.6 \\ 0.9 & 1 & 0.4 \end{pmatrix} \end{array} \qquad Q = \begin{array}{c} \\ mo \\ cr \\ as \end{array} \begin{array}{c} jo \quad ad \\ \begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 \end{pmatrix} \end{array}$$

asociados a los predicados:

$$\begin{cases} D(x): & x \text{ es un curso difícil sin conocimientos previos } ; x \in \mathcal{U} \\ C(x): & x \text{ es un curso caro } ; x \in \mathcal{U} \\ P(x,y): & \text{el curso } x \text{ potencia } y \; ; x \in \mathcal{U}, \quad y \in \mathcal{V} \\ Q(y,z): & \text{los cursos que potencian } y \text{ son recomendables para el colectivo } z; y \in \mathcal{V}, z \in \mathcal{W} \end{cases}$$

Se pide:

$P \circ Q \subseteq \mathcal{U} \times \mathcal{W}$ $R(x, z)$:

$\mathcal{U} \times \mathcal{V}$ $\mathcal{V} \times \mathcal{W} = \mathcal{U} \times \mathcal{W}$ $\mathcal{U}$ $\mathcal{W}$

(a) Sea R definida como: $R = P \circ Q$,

   (i) Calcula, si procede, R, detallando el universo sobre el que se obtiene y su función grado de pertenencia. (2,5 puntos)

   (ii) Calcula, si procede, dom R, detallando el universo sobre el que se obtiene y su función grado de pertenencia. (1,5 puntos)

(b) Asumiendo que la composición R tiene el significado

$R(x, z)$: `el curso` x `es recomendable para el colectivo` z ; $x \in \mathcal{U}$, $z \in \mathcal{W}$

Formaliza detalladamente la expresión: (2 puntos)

El curso de danzas manchegas, al potenciar más o menos la movilidad y no ser muy caro ni muy difícil sin conocimientos previos, es recomendable para el colectivo de adultos.

(c) Calcula el grado de verdad de la expresión anterior:

   (i) interpretada como verdadera. (3 puntos)
   (ii) interpretada como muy falsa (0.5 puntos)
   (iii) interpretada como algo verdadera. (0.5 puntos)

i) $R = P \circ Q = (\mathcal{U} \times \mathcal{V}) \circ (\mathcal{V} \times \mathcal{W}) = (\mathcal{U} \times \mathcal{W})$

Por lo tanto, R es una relación difusa definida en el universo $\mathcal{U} \times \mathcal{W}$ cuyo grado de pertenencia es $\forall (x, z) \in \mathcal{U} \times \mathcal{W}$, $\mu_{P \circ Q}(x, z) = \max_{y \in \mathcal{V}} \{ \min \{ \mu_P(x), \mu_Q(z) \} \}$

$$R = \begin{array}{c} \\ a \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} jo \quad ad \\ \begin{pmatrix} 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 \end{pmatrix} \end{array}$$

$R(x, z)$: " el curso x es recomendable para el colectivo z "
$x \in \mathcal{U}$; $z \in \mathcal{W}$.

$\text{dom}(R) = \forall x \in \mathcal{U}$, $\text{dom}_R(x) = \max \{ \mu_R(x) \} = \text{dom} = \{ a|0.9, c|0.9, d|0.9 \}$

Formalización:

$$\underbrace{[\text{más o menos } P(d, mo) \wedge \text{no muy } C(d) \wedge \text{no muy } D(d)]}_{C_1} \rightarrow \underbrace{R(d, ad)}_{C_2}$$

GRADO VERDAD

$\boxed{\text{Zadeh}}$ $\mathcal{I}(C_1) = \min \{ \sqrt{0.9}, 1 - 0.3^2, 1 - 0.5^2 \} = \min \{ \sqrt{0.9}, 0.91, 0.75 \} = 0.75.$

$\mathcal{I}(C_2) = 0.9$

$\max \{ \min \{0.75, 0.9\}, 1 - 0.75 \} = \max \{0.75, 0.25\} = 0.75.$ ← Verdadera.

$\mathcal{I}$ muy falsa $(C) = (1 - 0.75)^2 = 0.25^2 = 0.0125$

$\mathcal{I}$ algo verdadera $(C) = \sqrt{0.75}$

Simulacro control 2- Lógica borrosa- curso 21-22

Apellidos:... **Nombre:**.................

Ejercicio:

Dados los universos: $\mathcal{U}$ de hábitos saludables, $\mathcal{V}$ de consecuencias deseables a adquirir, $\mathcal{W}$ niveles de salud:

$\mathcal{U} = \{$alimentación equilibrada(a), ejercicio físico regular(e), dormir bien$(d)\}$,
$\mathcal{V} = \{$control de peso(cp), buen humor(bh), rendimiento en los estudios$(re)\}$,
$\mathcal{W}=\{$salud física(sf), salud mental$(sm)\}$,
se definen los conjuntos borrosos:
$A = \{x \in \mathcal{U} : \texttt{andrea practica el hábito } x\} = \{a|0{,}9, e|0{,}8, d|0{,}7\}$
$B = \{x \in \mathcal{U} : \texttt{basilio practica el hábito } x\} = \{a|0{,}8, e|0{,}7, d|0{,}9\}$
y las relaciones borrosas:
$P = \{(x,y) \in \mathcal{U} \times \mathcal{V} : \texttt{practicar el hábito } x \in \mathcal{U} \texttt{ es bueno para potenciar } y \in \mathcal{V}\}$
$Q = \{(y,z) \in \mathcal{V} \times \mathcal{W} : \texttt{tener } y \in \mathcal{V} \texttt{ ayuda a fortalecer } z \in \mathcal{W}\}$
con expresiones matriciales

$$P = \begin{array}{c|ccc} & cp & bh & re \\ \hline a & 1 & 0{,}7 & 0{,}8 \\ e & 0{,}9 & 0{,}8 & 0{,}7 \\ d & 0{,}6 & 1 & 0{,}9 \end{array} \qquad Q = \begin{array}{c|cc} & sf & sm \\ \hline cp & 1 & 0{,}9 \\ bh & 0{,}8 & 1 \\ re & 0{,}6 & 0{,}9 \end{array} \qquad \underset{\mathcal{U}\times\mathcal{W}}{R} = \begin{array}{c|cc} & sf & sm \\ \hline a & 1 & 0.9 \\ e & 0.9 & 0.9 \\ d & 0.9 & 1 \end{array}$$

$\underset{\mathcal{U}}{3} \times \underset{\mathcal{V}}{3}$ $\quad \underset{\mathcal{V}}{3} \times \underset{\mathcal{W}}{2}$ $\quad 3\times 2$

3×2
$\mathcal{U} \times \mathcal{W}$

asociados a los predicados:

$$\begin{cases} A(x): & \texttt{andrea practica el hábito } x \;; x \in \mathcal{U} \\ B(x): & \texttt{basilio practica el hábito } x \;; x \in \mathcal{U} \\ P(x,y): & \texttt{practicar el hábito } x \texttt{ es bueno para potenciar } y \;; x \in \mathcal{U}, \quad y \in \mathcal{V} \\ Q(y,z): & \texttt{tener } y \texttt{ ayuda a fortalecer } z \;; y \in \mathcal{V}, \quad z \in \mathcal{W} \end{cases}$$

$R = \{$ practicar el hábito $x \in \mathcal{U}$ ayuda a fortalecer $z \in \mathcal{W} \}$

Se pide:

(1) Sea R definida como $R = P \circ Q$,

a) Calcula el Universo donde está definida R, así como la expresión matricial de μ_R. $R \subseteq \mathcal{U} \times \mathcal{W}$
b) Escribe lo que expresa semánticamente R.
c) Calcula dom R y ran R. $\text{dom}(R) = \{a|1, e|0.9, d|1\}$ $\text{ran}(R) = \{sf|1, sm|1\}$

(2) Sean AP y BP definidos como $AP = A \circ P$, $BP = B \circ P$ $\quad A \circ P = AP \subseteq \mathcal{V}$

a) Calcula el Universo donde están definidos y sus funciones de grado de pertenencia. $B \circ P = BP \subseteq \mathcal{V}$
b) Escribe lo que expresan semánticamente. $AP \overset{max}{\cup} BP = \{cp|0.9, bh|0.8, re|0.8\}$
c) Calcula, si procede, $AP \cup BP$ y $AP \cap BP$ $\quad AP \overset{min}{\cap} BP = \{cp|0.8, bh|0.8, re|0.8\}$

(3) Formaliza detalladamente las expresiones:

a) Practicar el ejercicio físico de forma regular potencia el buen humor, aunque el buen humor no ayuda mucho a fortalecer la salud física.
b) Como dormir bien y practicar ejercicio físico regularmente es bueno para fortalecer la salud mental, Andrea duerme muy bien y realiza algo de ejercicio físico de forma regular.

(4) Calcula el grado de verdad de las expresiones anteriores:

(i) interpretadas como verdaderas. α
(ii) interpretadas como algo verdaderas. $\sqrt{\alpha}$
(iii) interpretadas como muy falsas. $(1-\alpha)^2$

(No me da tiempo)

a)
$[P(e, bh) \wedge P'(bh, sf)]$

b)
$[P(d, sm) \wedge P(e, sm)] \Rightarrow \text{muy}A(d) \wedge \text{algo}A(ej)$

$AP = \{cp|0.9, bh|0.8, re|0.8\}$

$BP = \{cp|0.8, bh|0.8, re|0.8\}$

$AP = \{$ Andrea es buena para potenciar $y \in \mathcal{V}\}$

$BP = \{$ Basilio es bueno para potenciar $y \in \mathcal{V}\}$

Simulacro control 2- Lógica borrosa- curso 21-22

Apellidos:.. Nombre:.................

Ejercicio:

Dados los universos: $\mathcal{U}$ de hábitos saludables, $\mathcal{V}$ de consecuencias deseables a adquirir, $\mathcal{W}$ niveles de salud:

$\mathcal{U} = \{\text{alimentación equilibrada}(a), \text{ejercicio físico regular}(e), \text{dormir bien}(d)\}$,
$\mathcal{V} = \{\text{control de peso}(cp), \text{ buen humor}(bh), \text{rendimiento en los estudios}(re)\}$,
$\mathcal{W}$=$\{\text{salud física}(sf), \text{salud mental}(sm)\}$,
se definen los conjuntos borrosos:
$A = \{x \in \mathcal{U} : \texttt{andrea practica el hábito } x\} = \{a|0{,}9, e|0{,}8, d|0{,}7\}$
$B = \{x \in \mathcal{U} : \texttt{basilio practica el hábito } x\} = \{a|0{,}8, e|0{,}7, d|0{,}9\}$
y las relaciones borrosas:
$P = \{(x, y) \in \mathcal{U} \times \mathcal{V} : \texttt{practicar el hábito } x \in \mathcal{U} \texttt{ es bueno para potenciar } y \in \mathcal{V}\}$
$Q = \{(y, z) \in \mathcal{V} \times \mathcal{W} : \texttt{tener } y \in \mathcal{V} \texttt{ ayuda a fortalecer } z \in \mathcal{W}\}$
con expresiones matriciales

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}7 & 0{,}8 \\ 0{,}9 & 0{,}8 & 0{,}7 \\ 0{,}6 & 1 & 0{,}9 \end{pmatrix} \qquad Q = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}9 \\ 0{,}8 & 1 \\ 0{,}6 & 0{,}9 \end{pmatrix}$$

asociados a los predicados:

$$\begin{cases} A(x): & \texttt{andrea practica el hábito } x \texttt{ ;} x \in \mathcal{U} \\ B(x): & \texttt{basilio practica el hábito } x \texttt{ ; } x \in \mathcal{U} \\ P(x,y): & \texttt{practicar el hábito } x \texttt{ es bueno para potenciar } y \texttt{ ; } x \in \mathcal{U}, \quad y \in \mathcal{V} \\ Q(y,z): & \texttt{tener } y \texttt{ ayuda a fortalecer } z \texttt{ ; } y \in \mathcal{V}, \quad z \in \mathcal{W} \end{cases}$$

Se pide:

(1) Sea R definida como $R = P \circ Q$,

   a) Calcula el Universo donde está definida R, así como la expresión matricial de μ_R.
   b) Escribe lo que expresa semánticamente R.
   c) Calcula `dom` R y `ran` R.

(2) Sean AP y BP definidos como $AP = A \circ P$, $BP = B \circ P$

   a) Calcula el Universo donde están definidos y sus funciones de grado de pertenencia.
   b) Escribe lo que expresan semánticamente.
   c) Calcula, si procede, $AP \cup BP$ y $AP \cap BP$

(3) Formaliza detalladamente las expresiones:

   a) Practicar el ejercicio físico de forma regular potencia el buen humor, aunque el buen humor no ayuda mucho a fortalecer la salud física.
   b) Como dormir bien y practicar ejercicio físico regularmente es bueno para fortalecer la salud mental, Andrea duerme muy bien y realiza algo de ejercicio físico de forma regular.

(4) Calcula el grado de verdad de las expresiones anteriores:

   (i) interpretadas como verdaderas.
   (ii) interpretadas como algo verdaderas.
   (iii) interpretadas como muy falsas.

Ejercicio:

Dados los universos: $\mathcal{U}$ de hábitos saludables, $\mathcal{V}$ de consecuencias deseables a adquirir, $\mathcal{W}$ niveles de salud:

$\mathcal{U} = \{$alimentación equilibrada(a), ejercicio físico regular(e), dormir bien$(d)\}$,
$\mathcal{V} = \{$control de peso(cp), buen humor(bh), rendimiento en los estudios$(re)\}$,
$\mathcal{W}=\{$salud física(sf), salud mental$(sm)\}$,
se definen los conjuntos borrosos:
$A = \{x \in \mathcal{U} : \texttt{andrea practica el hábito } x\} = \{a|0{,}9, e|0{,}8, d|0{,}7\}$
$B = \{x \in \mathcal{U} : \texttt{basilio practica el hábito } x\} = \{a|0{,}8, e|0{,}7, d|0{,}9\}$
y las relaciones borrosas:
$P = \{(x, y) \in \mathcal{U} \times \mathcal{V} : \texttt{practicar el hábito } x \in \mathcal{U} \texttt{ es bueno para potenciar } y \in \mathcal{V}\}$
$Q = \{(y, z) \in \mathcal{V} \times \mathcal{W} : \texttt{tener } y \in \mathcal{V} \texttt{ ayuda a fortalecer } z \in \mathcal{W}\}$
con expresiones matriciales

$$P = \begin{array}{c} \\ a \\ e \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} cp & bh & re \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0{,}7 & 0{,}8 \\ 0{,}9 & 0{,}8 & 0{,}7 \\ 0{,}6 & 1 & 0{,}9 \end{pmatrix} \end{array} \qquad Q = \begin{array}{c} \\ cp \\ bh \\ re \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} sf & sm \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0{,}9 \\ 0{,}8 & 1 \\ 0{,}6 & 0{,}9 \end{pmatrix} \end{array}$$

asociados a los predicados:

$$\begin{cases} A(x): & \texttt{andrea practica el hábito } x \; ; x \in \mathcal{U} \\ B(x): & \texttt{basilio practica el hábito } x \; ; x \in \mathcal{U} \\ P(x,y): & \texttt{practicar el hábito } x \texttt{ es bueno para potenciar } y \; ; x \in \mathcal{U}, \quad y \in \mathcal{V} \\ Q(y,z): & \texttt{tener } y \texttt{ ayuda a fortalecer } z \; ; y \in \mathcal{V}, \quad z \in \mathcal{W} \end{cases}$$

Se pide:

(1) Sea R definida como $R = P \circ Q$,

a) Calcula el Universo donde está definida R, así como la expresión matricial de μ_R.
b) Escribe lo que expresa semánticamente R.
c) Calcula dom R y ran R.

$R = P \circ Q$

Calcular el universo de R debemos tener en cuenta que está definida por la composición $P \circ Q$ por lo tanto $(\mathcal{U} \times \mathcal{V}) \circ (\mathcal{V} \times \mathcal{W}) = \mathcal{U} \times \mathcal{W}$. Así R es una relación binaria borrosa definida en el universo $\mathcal{U} \times \mathcal{W}$.

$\forall (x, z) \in \mathcal{U} \times \mathcal{W}, \; \mu_{P \circ Q}(x, z) = \max\limits_{y \in V} \{ \min \{ \mu_P(x,z), \mu_Q(y,z) \} \}$

$$R = P \circ Q = \begin{pmatrix} 1 & 0.7 & 0.8 \\ 0.9 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 1 & 0.9 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.8 & 1 \\ 0.6 & 0.9 \end{pmatrix} = \begin{array}{c} \\ a \\ e \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} sf & sm \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$R(x,z) = \{$ Practicar el hábito $x \in \mathcal{U}$, ayuda fortalezer $z \in \mathcal{W}\}$

$\forall x \in \mathcal{U}, \; \mu_{\mathrm{dom}\,R}(x) = \max\limits_{z \in W} \{\mu_R(x,z)\} = \{a|1, \; e|0.9, \; d|1\}$
$\forall z \in \mathcal{W}, \; \mu_{\mathrm{ran}\,R}(z) = \max\limits_{x \in \mathcal{U}} \{\mu_R(x,z)\} = \{sf|1, \; sm|1\}$

(2) Sean AP y BP definidos como $AP = A \circ P$, $BP = B \circ P$

a) Calcula el Universo donde están definidos y sus funciones de grado de pertenencia.
b) Escribe lo que expresan semánticamente.
c) Calcula, si procede, $AP \cup BP$ y $AP \cap BP$

$AP = A \circ P \rightarrow \mathcal{U} \circ (\mathcal{U} \times V) = V$. Por lo tanto, AP está definido en el universo V, con la función grado de pertenencia $\forall y \in V, \; \mu_{A \circ P}(y) = \max\{\min\{\mu_A(x), \mu_P(x,y)\}\}$
Pudiendose calcular de la siguiente manera matricialmente:

$$AP = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0.9 & 0.8 & 0.7 \end{pmatrix} \\ \begin{array}{ccc} a & e & d \end{array} \end{array} \circ \begin{array}{c} \\ a \\ e \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} cp & bh & re \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0.7 & 0.8 \\ 0.9 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 1 & 0.9 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.8 & 0.8 \end{pmatrix} \qquad AP = \{cp|0.9, \; bh|0.8, \; re|0.8\}$$

$BP = B \circ P \rightarrow \mathcal{U} \circ (\mathcal{U} \times V) = V$ Por lo tanto, BP está definido en el universo V, con la función grado pertenencia $\forall y \in V, \; \mu_{B \circ P}(y) = \max\{\min\{\mu_B(x), \mu_P(x,y)\}\}$
Matricialmente:

$$BP = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.7 & 0.9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0.7 & 0.8 \\ 0.9 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 1 & 0.9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 & 0.9 \end{pmatrix} \qquad BP = \{cp|0.8, \; bh|0.9, \; re|0.9\}$$

$AP = \{$ Andrea potencia $y \in V\}$ $\qquad$ $AP(y)$: "Andrea potencia y" $y \in V$
$BP = \{$ Basilio potencia $y \in V\}$ $\qquad$ $BP(y)$: "Basilio potencia y" $y \in V$.

$AP \cup BP = \max\{\mu_{AP}, \mu_{AB}\} = \{cp|0.9, \; bh|0.9, \; re|0.9\}$
$AP \cap BP = \min\{\mu_{AP}, \mu_{BP}\} = \{cp|0.8, \; bh|0.8, \; re|0.8\}$

(3) Formaliza detalladamente las expresiones:

a) Practicar el ejercicio físico de forma regular potencia el buen humor, aunque el buen humor no ayuda mucho a fortalecer la salud física.
b) Como dormir bien y practicar ejercicio físico regularmente es bueno para fortalecer la salud mental, Andrea duerme muy bien y realiza algo de ejercicio físico de forma regular.

a) $P(e, bh) \wedge$ no muy $Q(bh, sf) \rightsquigarrow C_1$
b) $[R(d, sm) \wedge R(e, sm)] \rightarrow$ muy $A(d) \wedge$ algo $A(e) \rightsquigarrow C_2$

(4) Calcula el grado de verdad de las expresiones anteriores:

(i) interpretadas como verdaderas.
(ii) interpretadas como algo verdaderas.
(iii) interpretadas como muy falsas.

C1 $\mathcal{I}$ verdadera $[C_1] = \min\{0.8, \; 1-(0.8)^2\}) = \min\{0.8, 0.36\} = 0.36$
$\mathcal{I}$ algo verdadera $(C_1) = \sqrt{0.36} = 0.6$
$\mathcal{I}$ muy falsa $(C_1) = (1 - 0.36)^2 = (0.64)^2$

C2 $\mathcal{I}$ verdadera $(C_2) =$ Zadeh $\rightarrow \mathcal{I}(q1) = \min\{0.9, 1\} = 0.9$
$\mathcal{I}(q2) = \min\{0.49, \sqrt{0.9}\} = 0.49$

$\max\{1-0.9, \; 0.49\} = \max\{0.1, 0.49\} = 0.49.$

$\mathcal{I}$ algo verdadera $= \sqrt{0.49} = 0.7$

$\mathcal{I}$ muy falsa $(1 - 0.49)^2 = (0.51)^2$

R se trata de una relación difusa comprendida en el universo $U \times W$ $(U \times V \circ V \times W)$ y su expresión matricial es la siguiente

$$R_{U\times W} = \begin{array}{c} \\ a \\ e \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} sf & sm \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

con función $\forall (x,z) \in U \times W$, $\mu_R(x,z) = \max\{\min\{\mu_P(x,y), \mu_Q(x,y)\}\}$

b) $R(x,z)$: "Practicar el hábito x ayuda a fortalecer z" $x \in U$, $z \in W$

$x \in U$ domR = $\mu_{domR}(x) = \max\limits_{z\in W}\{\mu_R(x,z)\} = \{a|1, e|0.9, d|1\}$

$z \in W$ ranR = $\mu_{ranR}(z) = \max\limits_{x \in U}\{\mu_R(x,z)\} = \{sf|1, sm|1\}$

AP y BP AP = A∘P BP = B∘P

AP está definido en el universo V $(U \circ U \times V)$ y su función grado de pertenencia es la siguiente $\forall y \in V$, $\mu_{AP}(y) = \max\{\min\{\mu_P(x,y)\ \mu_A(x)\}\}$ $AP = (0.9 \quad 0.8 \quad 0.8)$

$\forall y \in V$, $\mu_{BP}(y) = \max\{\min\{\mu_B(x), \mu_P(x,y)\}\}$ $BP = (0.8,\ 0.9 \quad 0.9)$

Semánticamente AP "Andrea potencia y" $y \in V$ BP "Basilio potencia y" $y \in V$

$AP \cup BP = \max\{\mu_{AP}(y), \mu_{BP}(y)\} = (0.9 \quad 0.9 \quad 0.9)$

$AP \cap BP = \min\{\mu_{AP}(y), \mu_{BP}(y)\} = (0.8 \quad 0.8 \quad 0.8)$

1. $P(e, bh) \wedge$ no muy $Q(bh, sf)$
2. $\underbrace{R(d, sm) \wedge R(e, sm)}_{1} \rightarrow \underbrace{\text{muy } A(d) \wedge \text{algo } A(e)}_{2}$

Verdad 1 como verdadera $I(1) = \min\{0.8,\ 1-0.8^2\} = \min\{0.8, 0.36\} = \boxed{0.36}$

algo ver $\sqrt{0.36} = 0.6$

muy falsa $(1-0.36)^2 = \boxed{0.64^2}$

$I(2.1) = \boxed{0.9}$ $I(2.2) = \min\{0.7^2, \sqrt{0.1}\} = \boxed{0.49}$

Zadeh $\max\{\min\{0.9, 0.49\}\ 1-0.9\} = \max\{0.49,\ 0.1\} = 0.49$

algo ver $= \sqrt{0.49} = 0.7$

muy fal $(1-0.49)^2\ 0.51^2$

EJERCICIO 14:

U = lugares   V = establecimientos   W = comidas / bebidas.

$$\underset{U\times V}{P} = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccc} r & b & p \end{array} \\ \begin{array}{c} c \\ t \end{array} & \begin{pmatrix} 0.7 & 0.6 & 0.9 \\ 0.8 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \underset{V\times W}{Q} = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccc} pm & gg & gt \end{array} \\ \begin{array}{c} r \\ b \\ p \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 0.9 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.9 \end{pmatrix} \end{array}$$

i) $P \circ A$ se trata de una relación difusa comprendida en el universo U $(U\times V \circ V)$ cuyo grado de pertenencia es el siguiente. $\forall y \in V,\ \mu_{P\circ A}(y) = \max\{\min\{\mu_P(x,y), \mu_A(x)\}$

Semánticamente este expresa: $P \circ A$ es el conjunto de lugares que tienen cerca establecimientos de restauración de calidad

ii) $P \circ Q$

$$\underset{U\times W}{R} = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccc} pm & gg & gt \end{array} \\ \begin{array}{c} c \\ t \end{array} & \begin{pmatrix} 0.7 & 0.7 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.7 \end{pmatrix} \end{array}$$

$U\times W$ $\quad \forall (x,z) \in U\times W,\ \mu_{P\circ Q}(x,z) = \{\max\{\min \mu_P(x,y), \mu_Q(y,z)\}\}$

iii) mas o menos $P(c,b) \wedge$ no muy $A(b) \wedge Q(b, pm)$

$\min\{\sqrt{0.6},\ 1 - 0.5^2,\ 0.6\} = \min\{\sqrt{0.7},\ 0.75,\ 0.6\} = 0.6 \leadsto$ falsa $= 1 - 0.6 = \boxed{0.4}$

iv) $[\underbrace{\text{no } Q(p,gg) \wedge \text{no } Q(p,gt)}_{C_1}] \Rightarrow \underbrace{\text{no muy } A(p)}_{C_2}$

$I(C_1) = \min\{1 - 0,\ 1 - 0.9\} = 0.1$

$I(C_2) = 1 - 0'4^2 = 0.84$ $\qquad \max\{\min\{0.1, 0.84\},\ 1 - 0.1\} = 0.9$ $\qquad$ muy verd 0.81

no muy ( ) $= 1 - \alpha^2$ $\qquad$ verd $= \alpha$

muy falsa $= (1-\alpha)^2$ $\qquad$ muy verd $= \alpha^2$

falsa (muy) $= 1 - \alpha^2$ $\qquad$ algo verd $\sqrt{\alpha}$

TEMA 5: CONJUNTOS DIFUSOS

· CONJUNTO DIFUSO. SUBCONJUNTOS. CONJUNTO NORMALIZADO

$X_A: U \to \{0, 1\}$

$X_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$

- Conjunto Difusos: A asignado a cada individuo x del universo U → un valor $\mu_A(x) \in [0, 1]$ → grado de pertenencia de x al conjunto A.
  - Función Grado pertenencia $\mu_A : U \to [0, 1]$
  - NOTACIÓN: $A = \{ x \mid \mu_A(x) : \mu_A(x) \neq 0,\ x \in U \}$ // $\forall x \in U,\ \mu_\emptyset(x) = X_\emptyset(x) = 0$
- Subconjuntos Difusos: Si $B \subseteq A$; $\forall x \in U,\ \mu_B(x) \leq \mu_A(x)$

  $B \nsubseteq A$; $B \nsubseteq A \leftrightarrow \exists x \in U / \mu_B(x) > \mu_A(x)$

  $\emptyset \subseteq A$ y $A \subseteq U$ → A cojunto difuso de U.

  - Igualdad de Conjuntos: $A = B$, si $\forall x \in U,\ \mu_A(x) = \mu_B(x)$

    $A \neq B$, si $\exists x \in U / \mu_A(x) \neq \mu_B(x)$

    $A = B \leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$

· CARDINAL Y ALTURA

- CARDINAL: card(A), a la suma de los grados de pertenencia a A de todos los elementos de U. $\text{card}(A) = \sum_{x \in U} \mu_A(x)$
- ALTURA: altura (A), al máximo grado de pertenencia a A de los elementos de U.

· CONJUNTO NORMALIZADO:

- Normalizado → altura = 1.
- Normalizado → nor(A) con función grado de pertenencia $\forall x \in U,\ \mu_{nor(A)}(x) = \frac{\mu_A(x)}{\text{altura}(A)}$

· LAMBDA - CORTE DE UN CONJUNTO DIFUSO

- λ- corte ~ $\lambda \in [0, 1]$ ~ $C(A, \lambda) = \{ x \in U : \mu_A(x) \geq \lambda \}$

· COMPLEMENTARIO DE UN CONJUNTO

- Complementario → $\forall x \in U,\ \mu A'(x) = 1 - \mu_A(x)$. (Negación de A).

· UNIÓN E INTERSECCIÓN

- UNIÓN: $\forall x \in U,\ \mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$
- INTERSECCIÓN: $\forall x \in U,\ \mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$

· RELACIONES DIFUSAS

- $\text{dom}(R) = \forall x \in U,\ \mu_{\text{dom}(R)}(x) = \max_{y \in V} \{\mu_R(x, y)\}$ → Máximo filas.
- $\text{ran}(R) = \forall y \in V,\ \mu_{\text{ran}(R)}(y) = \max_{x \in U} \{\mu_R(x, y)\}$ → Máximo columnas.
- Composiciones → $\forall (x, z) \in U \times W,\ \mu_{P \circ Q}(x, z) = \max_{y \in V} \{\min\{\mu_P(x, y), \mu_Q(y, z)\}\}$
- Composición unaria → $\forall y \in V,\ \mu_{A \circ R}(y) = \max_{x \in M} \{\min\{\mu_A(x), \mu_R(x, y)\}\}$

TEMA 6: LÓGICA DIFUSA

Predicado difuso → $A(x)$ Universo → U y $x_0 \in U$ proposición difusa → $A(x_0)$ → grado pertenencia $\mu_A(x_0)$ conjunto difuso $A = \{x \in U : A(x)\}$ → por lo tanto → $I(A(x_0)) = \mu_A(x_0)$ Interpretada como verdadera

Grado de Verdad: $I(R(a_1, \dots, a_n)) = \mu_R(a_1, \dots, a_n)$

- Interpretación de la conjunción → $I(A(x_0) \wedge B(y_0)) = \min\{I(A(x_0)), I(B(y_0))\}$; $x_0 \in U$, $y_0 \in V$ < $A(x) \in U$, $B(y) \in V$ $I(A(x_0) \wedge B(x_0)) = \min\{\mu_A(x_0), \mu_B(x_0)\} = \mu_{A \cap B}(x_0)$
- Interpretación de la disyunción ~ grado verdad: $I(A(x_0) \vee B(y_0)) = \max\{I(A(x_0)), I(B(y_0))\}$, $x_0 \in U$, $y_0 \in V$. // $I(A(x_0) \vee B(x_0)) = \max\{I(A(x_0)), I(B(x_0))\} = \mu_{A \cup B}(x_0)$

· T-NORMAS Y S-CONORMAS (DUALES) BÁSICOS

- Zadeh (Mínimo / máximo) → $T(x, y) = \min\{x, y\}$; $S(x, y) = \max\{x, y\}$
- Lukasiewicz → $T(x, y) = \max\{x + y - 1, 0\}$; $S(x, y) = \min\{x + y, 1\}$
- Producto → $T(x, y) = xy$; $S(x, y) = x + y - xy$
- Débil / Fuerte → $T(x, y) \begin{cases} \min\{x, y\}, & \text{si } \max\{x, y\} = 1 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$ $S(x, y) = x + y - xy$

- Interpretación del condicional $I(A(x_0) \to B(y_0)) = \max\{\min\{I(A(x_0)), I(B(y_0))\}, 1 - I(A(x_0))\}$

  $\{\mu_A(x_0), \mu_B(y_0)\}, 1 - \mu_A(x_0)\}$

  - Implicación de Mamdani: $I(A(x_0) \to B(y_0)) = \min\{I(A(x_0)), I(B(y_0))\}$
  - Implicación de Larsen: $I(A(x_0) \to B(y_0)) = I(A(x_0)) \cdot I(B(y_0))$

- Modificadores lingüísticos
  - No: $I(\text{no } A(x_0)) = I(A'(x_0)) = 1 - I(A(x_0)) = 1 - \mu_A(x_0)$
  - MUY: $I(\text{muy } A(x_0)) = [I(A(x_0))]^2 = \mu_A(x_0)^2$
  - ALGO / MÁS O MENOS: $I(\text{algo } A(x_0)) = I(\text{más o menos } A(x_0)) = [I(A(x_0))]^{1/2} = \sqrt{\mu_A(x_0)}$

  OTRAS INTERPRETACIONES
  - I muy verdadera $(S) = \alpha^2$
  - I algo verdadera $(S) = \sqrt{\alpha}$
  - I falsa $(S) = 1 - \alpha$
  - I muy falsa $(S) = (1 - \alpha)^2$
  - I algo falsa $(S) = \sqrt{(1 - \alpha)}$
  - I verdadera $(S) = \alpha$

EXAMENES

LOGJUN 21

11. $U = \{a, b, c, d\}$ $A = \{a|0.3, b|0.5, d|1\}$ $B = \{b|0.4, d|0.8\}$ $C = \{a|0.7, c|0.6\}$

    $C(A', 0.4)$ $A' = \{a|0.7, b|0.5\}$

12. $\mu_{nor(B)}(b) = \frac{\mu_B(b)}{\text{altura}(B)} = \frac{0.4}{0.8} = 0.5$

13. $\mu_{A\times B}(b, b) = 0.4$ V $\forall x \in U, \mu_{B\times C}(x, x) = 0$ SI $\forall x, y \in U, \mu_{B\times C}(x, y) = 0$ NO 13 d

14. FALSO? 14 d

15. Los conjuntos ordinarios son casos particulares de conjuntos borrosos

16. $U = \{1, 2, 3\}$ relación borrosa binaria $R \subseteq U \times U \to \mu_R : U \times U \longrightarrow [0, 1]$ $\mu_R(x, y) = \frac{x+y}{x+y+1}$ 16 d Todas pero ¿$R' \subseteq R$?

17. $A(x)$ y $B(x)$ $U \to A = \{x \in U : A(x)\}$. $B = \{x \in U : B(x)\}$, $x_0 \in U$ 17 d

18. $A(x)$ U $A = \{x \in U : A(x)\}$, $x_0 \in U$. Falso.

19. $R \subseteq U \times V$ $x_0 \in U$ $y_0 \in V$ 19 a)

20. $A(x)$ U, $A = \{x \in U : A(x)\}$ y $x_0 \in U$

3. U de componentes de los Beatles, V = instrumentos musicales; W = géneros musicales

   $U = \{\text{Lennon}(L), \text{McCartney}(M), \text{Harrison}(H)\}$

   $V = \{\text{sitar}(s), \text{piano}(p), \text{guitarra}(g)\}$

   $W = \{\text{balada}(b), \text{rock}(r)\}$

   conjunto borroso: $A = \{x \in U : x \text{ es un genio}\} = \{L|0.9, M|0.9, H|0.7\}$

   relaciones borrosas: $P = \{(x, y) \in U \times V : x \in U \text{ toca bien } y \in V\}$

   $Q = \{(y, z) \in V \times W : y \in V \text{ es fundamental para tocar } z \in W\}$

   $R(x, z)$: x es un buen intérprete de z: $x \in U$, $z \in W$

$$P = \begin{array}{c|ccc} & s & p & g \\ \hline L & 0.4 & 0.5 & 0.7 \\ M & 0.2 & 0.8 & 0.7 \\ H & 0.9 & 0.4 & 0.9 \end{array} \quad U \times V$$

$$Q = \begin{array}{c|cc} & b & r \\ \hline s & 0 & 0 \\ p & 0.9 & 0.5 \\ g & 0.5 & 1 \end{array} \quad V \times W$$

$$R = P \circ Q \;(U \times W): \quad R = \begin{array}{c|cc} & b & r \\ \hline L & 0.5 & 0.7 \\ M & 0.8 & 0.7 \\ H & 0.5 & 0.9 \end{array}$$

i) $\underset{U}{A} \circ \underset{U\times V}{P} = V \rightsquigarrow (0.7 \quad 0.8 \quad 0.7) = A \circ P = \{s|0.7, p|0.8, g|0.7\}$

ii) $\underset{U\times V}{P} \circ \underset{V\times W}{Q} = R$ (Matriz calculada)

iii) "Lennon y McCartney son grandes genios, aunque no tocan bien el sitar" (Muy falsa)

$A(L) \wedge A(M) \wedge \text{no } P(L, s) \wedge \text{no } P(M, s)$

$0.9 \quad 0.9 \quad 1 - I(\mu_P) = 0.6 \quad 1 - I(\mu_P) = 0.3$

I muy falsa $(\min\{0.9, 0.9, 0.6, 0.3\})$ muy falsa $\{0.3\} = (1 - 0.3)^2 = (0.7)^2 = 0.49$

iv) "McCartney es muy buen intérprete de rock, pues toca más o menos bien la guitarra que es un instrumento fundamental para tocar dicho género musical"

muy $R(M, r)$ mas o menos $P(M, g) \wedge Q(g, r)$ (Algo verdadera)

$(0.7)^2 \quad \sqrt{0.8} \quad 1$

algo verdadera $\min\{0.42, \sqrt{0.8}, 1\}$ = algo verdadera $(0.42) = \sqrt{0.42}$

JUNIO 2022:

(11) $U=\{a,b,c,d\}$ $A=\{a|0.3,\ c|0.4,\ d|1\}$ $B=\{b|0.2,\ d|\delta\}$ $D=\{a|0.7,\ c|0.6\}$ $\delta\in(0,1]$

a) $\exists\,\delta\in(0,1]\,/\,A'\subseteq B'$ NO b) $C(A',0.4)=\{a,b,c\}$ SÍ

c) $\forall\delta\in(0,1],\ d\in C(B,1-\delta)$ NO d) $C(D',0.2)=\{a|0.3,\ c|0.4\}$ NO

$\delta<0.5$

(12) a) A normalizado → sí b) $\delta=0.5$ → $\mu_{nor(B)}(b)=0.4$. $\frac{0'2}{0.5}=\frac{20}{0}\frac{15}{0.4}$

c) $B\cap D=\emptyset$ pero $B'\cup D'\neq U$ Falso

(13) $\mu_{A\times B}(d,d)=\delta$ b) $\forall x,y\in U,\ \mu_{B\times D}(x,y)=0$

c) $\forall x\in U,\ \mu_{B\times D}(x,x)=0$ d) $\mu_{A\times B}:\ U\times U\to[0,1]$

(14) $\mu_{A\cap B}(d)=\delta$ b) $=A\cup B=A$ Falso d) cardinal $(D')=1.3$ Falso

(15) $B'\subseteq A'$ b) Conjuntos clásicos son casos particulares de conjuntos borrosos c) Falso

(16) $U=\{1,2,3\}$ $R\subseteq U\times U$ $\mu_R: U\times U\to[0,1]$ $\mu_R(x,y)=\frac{x+y}{x+y+2}$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3\\ \hline 1 & 2/4 & 3/5 & 4/6\\ 2 & 3/5 & 4/6 & 5/7\\ 3 & 4/6 & 5/7 & 6/8\end{array}$$

$\exists x\in U/\ \mu_{ran(R)}(x)\neq\mu_{dom(R)}(x)$ Falso $dom(R')\subseteq ran(R)$

$\forall x,y\in U,\ \mu_{R'}(x,y)=\frac{2}{x+y}$ Falso

(17) d (18) b (19)

JUNIO 2016

(11) $A=\{x\in U: A(x)\}$ U $x_0\in U$ ¿falso?

μ_A es una aplicación de U en $[0,1]$ $\mu_A(x_0)\in[0,1]$ $\boxed{c)\ \mu_A(x_0)\in A}$ falso

(12) A sobre $U=\{a,b,c\}$

a) $card(a)=card(A')$ falso b) $Card(A)+card(A')=3$ Verdad.

(13) $x\in U$ y $\lambda\in[0,1]$

c) Si $x\in C(A\cap B,\lambda)$ entonces $x\in C(A,\lambda)$ y $x\in C(B,\lambda)$

(14) $A=\{x\in U: A(x)\}$ $B=\{x\in U: B(x)\}$ $U,\ x_0\in U$

$I(A(x_0)\wedge B(x_0))=\mu_{A\times B}(x_0)$ b) $I(A(x_0)\to B(x_0))\geq\mu_{A'}(x_0)$

$\min\{\mu_A(x_0),\mu_B(x_0)\}=\mu_{A\times B}(x_0)$ FALSA $\max\{\min\{\mu_A(x_0),\mu_B(x_0)\},1-\mu_A(x_0)\}\geq 1-\mu_A(x_0)$ Verdad

$I(A(x_0)\vee B(x_0))=\mu_{A\cup B}(x_0)$ VERDAD d) VERDAD

$\max\{\mu_A(x),\mu_B(x)\}=\mu_{A\cup B}(x_0)$

(15) $U=\{1,2,3\}$ $R\subseteq U\times U$ $\mu_R: U\times U\to[0,1]$ $\mu_R(x,y)=\frac{2}{x^2+y}$

True

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3\\ \hline 1 & 1 & 2/3 & 2/4=\frac{1}{2}\\ 2 & 2/5 & 2/6=\frac{1}{3} & 2/7\\ 3 & 2/10=\frac{1}{5} & 2/11 & 2/12=\frac{1}{6}\end{array}$$

a) $\forall(x,y)\in U\times U,\ \mu_R(x,y)=\mu_R(y,x)$ Falso b) $\exists(x,y)\in U\times U/\ \mu_R(x,y)=\mu_R(y,x)$

c) $\exists x\in U/\ \mu_R(x,x)=\mu_{R'}(x,x)$ Falso d) $\exists(x,y)\in U\times U,\ x\neq y\ /\ \mu_R(x,y)=\mu_R(y,x)$ Falso

(16) a) $\forall x\in U,\ \mu_{dom R}(x)=\mu_{ran R}(x)$ Falso c) $dom\ R\subseteq U\times U$ Falso

b) $(dom\ R\cup ran\ R=ran\ R)$ ¿V? d) Ninguna.

(17) $R\subseteq U\times V$ $A\subseteq U$

a) $A\times ran\ R\subseteq U\times V$ Sí b) $(dom\ R)\circ A\subseteq U$ Falso c) $(dom\ R)\cap A\subseteq U$ d)

$\underbrace{U\circ U}$ $U\cap U=U$

(18)

$$P=\begin{array}{c|cc} & ma & ls\\ \hline G & 1 & 1\\ N & 1 & 0.9\\ T & 0.8 & 0.8\end{array}\quad U\times V$$

$$Q=\begin{array}{c|cc} & In & ci\\ \hline ma & 1 & 1\\ ls & 1 & 0.8\end{array}\quad V\times W$$

$$R=P\circ Q=\begin{array}{c|cc} & In & ci\\ \hline G & 1 & 1\\ N & 1 & 1\\ T & 0.8 & 0.8\end{array}\quad \underline{U\times V}\circ V\times W,\ U\times W$$

c) Las otras mal escritas.

(19) $I(Q(ma,In))=1$ Verdad $I(muy\ Q(ma,In))=Q^2(ma,In)$ Falso c) $I(P(G,ma))=\mu_P(G,ma)$ sí d) $R\subseteq U\times W$

(20)

no muy $P(N,ls)\wedge$ no muy $P(T,ma)\wedge R(N,ci)\wedge R(T,ci)$ b)

ENERO 2012

TEST:

(11) $A = \{x \in U : A(x)\}$, $B = \{x \in U : \neg(x)\}$ $x_0 \in U$ 11d.

(12) 12d

(13) $y_0 \in U$ 13b

(14) $\mu_R(x,y) = \frac{1}{2x+y}$ $\boxed{R \subseteq R'}$ 14d

(15) $x_0, y_0 \in U$. → Falso: no $R(x_0, y_0)$ $1 - \frac{1}{2x+y}$ Falso 15a)

(16) $x_0, y_0 \in U$ $I(R(x_0,y_0) \wedge R(y_0,x_0)) = \mu_R(x_0,y_0) \Leftrightarrow x_0 \leq y_0$ NO $I(R(1,2) \to R(2,1)) = I(R'(1,2))$ ¿Por qué?

(17) b → Ya que no tienen el mismo universo.

(18) $C(\text{ran } P, \lambda)$ $\lambda \in [0, 1]$ Todas ciertas

(19) $P(x,y)$ " en x se intensifica y" ; $x \in U$, $y \in V$ y $Q(x,z)$ " en x existe riesgo de z" ; $x \in U$, $z \in W$ no $Q(Al, re) \wedge P(A, Sa)$ 19a)

(20) muy $R(re, Es) \wedge P(Es, Ga) \wedge P(Es, Sa)$ 20c

Ejercicio 3.

i) $P \circ A$ donde $A = \{Es\} \subseteq U$ → No puedo calcularlo

$R \circ P'$ Sí se puede

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0.81 & 1 \\ 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}$$

ii) $E = \underbrace{[P(Es, Ga) \wedge P(Es, Sa)]}_{F} \to \underbrace{\text{muy } Q(Es, re)}_{F1}$

iii) $\underset{\text{(verdadera)}}{I(F)} = \min\{1, 1\} = 1$; $I(F1) = 1^2 = 1$ $I(F \to F1) = \min\{1, 1\} = 1$.

JUNIO 2013

(11) $C(A,0) = C(B,0)$ Sí ¿Por qué?

(12) nor $\frac{\mu A}{\text{altura}}$ = Falso

(13) $x_0 \in U$

$I(A(x_0) \vee B(x_0)) = \mu_{A \cup B}(x_0)$ Verdad $I(\text{algo } A(x_0)) < I(A(x_0))$ Falso

$I(A \times B)(x_0, x_0) = \mu_{A \cap B}(x_0)$ Verdad $A \cap B' = \emptyset \to B' \subseteq A'$ Verdad

(14) $R \subseteq U \times V$ $x_0 \in U$, $y_0 \in V$

a) $R' \subseteq U \times V$ Verdad b) $\mu_{\text{ran} R}(y_0) = 0$, $\mu_R(x_0, y_0) = 0$ Verdad

μ dom $R(x_0) = 1$ entonces $\mu_R(x_0, y_0) = 1$ Falso.

(15) T es una operación interna en $[0, 1]$

(16) $I(A(x_0)) = 0.5$

a) $I(B(y_0)) = I(A(x_0)) \to I(A(x_0)) \to B(y_0) = \mu B(y_0)$ b) $I(A'(x_0) \to B(y_0)) = I(A(x_0) \to B(x_0))$ True

c) $\mu A(x_0) \leq \mu B(y_0) \to I(A(x_0) \to B(y_0)) = 0.5$. Verdad b $\max\{\min\{1-\mu A(x_0), \mu B(x_0)\}, 1 - (1 - \mu A(x_0))\}$ Todas

$\max\{\min\{0.5, B(y_0)\}, 0.5\}$ $\max\{\min\{\mu A(x_0), \mu B(x_0)\}, 1 - \mu A(x_0)\}$

(17) A sobre U

(18) a) $\underbrace{A \circ R}_{V} \subseteq A$ (A: U, R: U×V) Falso b) $I(A \circ R)(y_0)] = \mu_{A \circ R}(y_0)$ c) $(A \circ R') \subseteq V$ Si $U = V$

(19)

$$\underset{U \times V}{P} = \begin{array}{c|ccc} & De & Dg & Pa \\ Es & 0.6 & 0.8 & 1 \\ It & 1 & 0.6 & 0.5 \end{array} \qquad \underset{V \times W}{Q} = \begin{array}{c|ccc} & cr & ds & bi \\ De & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ Dg & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ Pa & 1 & 1 & 1 \end{array} \qquad \underset{U \times W}{R = P \circ Q} = \begin{array}{c|ccc} & cr & ds & bi \\ Es & 1 & 1 & 1 \\ It & 0.9 & 0.9 & 0.9 \end{array}$$

no muy $P(Es, De) \wedge$ no muy $P(Es, Dg) \wedge$ muy $R(Es, ds)$

$\min\{(1-0.6)^2, (1-0.8)^2, 1^2\} = \min\{0.16, 0.04, 1\} = 0.04$

$\min\{1 - 0.36, 1 - 0.64, 1\} = \min\{0.64, 0.36, 1\} = 0.36$ I algo verd $(0.36) = \sqrt{0.36} = 0.6$

no muy $= 1 - \alpha^2$ muy verd α^2 falsa(muy α) $= 1 - \alpha^2$

muy falsa $= (1-\alpha)^2$ algo verd $\sqrt{\alpha}$

ENERO 2023

11) A y B sobre U

a) $B \circ (A \times B) \subseteq U$ ✓ b) $A \times B = A \cap B$ ✗ c) $A \subseteq A \times B$ ✗

$\underline{U \circ} \, U \times U = U$

12) A y B sobre U

a) $A \subseteq B \to B' \subseteq A'$ b) $A \subseteq B \to A \cap B' = \emptyset$ NO TIENE POR QUÉ c) $A \cap (B \cup A) = B$ falso d) $A \cap B = A \to B \subseteq A$ falso

13) $(A \cap B)' = A' \cup B'$ sí b) $A \cap A' = \emptyset$ No tiene por qué c) $A \cap B \subseteq A \cup B$ Verdad d) $(A \cap B) \cup B = B$ Verdad

14) $A \subseteq B$

a) card (A) ≤ card (B) Verdad b) altura (A) ≤ altura (B) true c) $\forall \lambda \in [0,1]$, $C(A,\lambda) \subseteq C(B,\lambda)$ Verdad d) Todas

15) $U = \{1, 2, 3\}$ $R \subseteq U \times U$ $\mu_R : U \times U \to [0,1]$ $\mu_R(x,y) = \frac{\max\{x,y\}}{x+y}$ ¿falso?

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1/2 & 2/3 & 3/4 \\ 2 & 2/3 & 2/4 & 3/5 \\ 3 & 3/4 & 3/5 & 3/6 \end{array}$$

a) $\forall \lambda \in [0, 0.5]$, $C(\text{dom}(R), \lambda) = U$ b) $\forall x \in U, \exists y \in U / \mu_R(x,y) = 1/2$ sí

c) $\forall \lambda \in [0,1]$, $C(\text{dom}(R), \lambda) \neq \emptyset$ d) $\exists x \in U / \forall y U, \mu_R(x,y) = \frac{x}{x+y}$ Verdad.

16) $\text{dom}(R') = (\text{dom}(R))'$ $\boxed{NO}$ b) dom R = ran R SI dom R × ran R ⊆ U Falso ran R = (ran R)' Falso

17) A(x) sobre U $A = \{x \in U : A(x)\}$ $x_0 \in U$

$I(\text{no muy } A(x_0)) = 1 - I(A(x_0))^2$ b) I muy verd $(A(x_0)) \leq \mu_A(x_0) \leadsto \mu_A(x_0)^2 \leq \mu_A(x_0)$ True

I falsa (muy $A(x_0)) = 1 - I(A(x_0))^2$ d) Todas

18) A, B sobre U

a) $\forall x \in U$, $\mu_{A \cup B}(x,x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ sí b) $\forall x \in U$, $\mu_{A \times B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$

c) $\forall x \in U$, $\mu_A(x) \leq \mu_B(x) \to A \subseteq B$ d) Todas

19) P(x)

a) I verd (algo $P(a)$) = I algo verd $(P(a))$ sí b) I muy verd $(P(a)) = P(a)^2$ Falso = $(\mu_P(a))^2$

c) I falsa (algo $P(a)$) $= 1 - \sqrt{x}$ Falso

20) $I(p \to q) = I(p \vee q')$ Falso b) I(p pero no q) ≤ I falsa (q) Verdad

c) $I(p \circ q) \leq I$(p aunque q) $\min\{p, 1-q\} \leq 1-q$ d) Todas

$\max\{p,q\} \leq \min\{p,q\}$ Falsa

RELACIONES BORROSAS COMPOSICIÓN.

(1) $P \subset U \times V$ $\quad Q \subset V \times W$ $\quad A \subset V$

No existe... $\quad V \times W \circ V \to$ NO $\quad U \times W \quad W \cap W \to$ SI $\quad U \cup U$ sí

(2) $U \times W$ TODAS

(3) Falso... $\quad U \cup U \subset \quad V$

(4) $U = \{1, 2, 3, \dots n \dots\}$ $\quad R \subset U \times U$ $\quad \mu_R(x,y) = \dfrac{1}{2x+y}$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 2 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \\ 3 & 1/7 & 1/2 & 1/9 \end{array}$$

a) $\forall (x,y) \in U \times U$, $\mu_R(x,y) = \mu_R(y,x)$ Falso

b) $R \neq R'$

c) $\forall x, y \in U$, $x \neq y \Rightarrow \mu_R(x,y) \neq \mu_R(y,x)$

(5) $U = \{1, 2, 3\}$ $\quad R \subset U \times U$ $\quad \mu_R(x,y) = \dfrac{\min\{x,y\}+1}{\max\{x,y\}+1}$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 2/3 & 2/4 \\ 2 & 2/3 & 1 & 3/4 \\ 3 & 2/4 & 3/4 & 1 \end{array}$$

a) $\forall x \in U, \exists y \in U / \mu_R(x,y) = 1$ Verdad

b) $\exists x \in U / \forall y \in U, \mu_R(x,y) = \frac{y}{x}$ Falso

d) $\exists x \in U / \forall y \in U, \mu_R(x,y) = \frac{x}{y}$ Falso

(6) $U = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad R \subset U \times U$

$\mu_R : U \times U \to [0,1]$ $\quad \mu_R(x,y) \quad \dfrac{\min\{x,y\}}{\max\{x,y\}}$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 2 & 1/2 & 1 & 2/3 & 2/4 \\ 3 & 1/3 & 2/3 & 1 & 3/4 \\ 4 & 1/4 & 2/4 & 3/4 & 1 \end{array}$$

FALSO? a) $\operatorname{dom} R > \operatorname{ran} R = U \times U$ sí.

b) $\operatorname{dom} R \cap \operatorname{ran} R$ conjunto ordinario sí

c) $(\operatorname{Ran} R)' = \emptyset \quad \operatorname{dom}(R') = \operatorname{dom}(R)'$

(7) $P = \begin{array}{c} \\ Es \\ AR \end{array} \begin{pmatrix} Ga & In & Sa \\ 1 & 1 & 1 \\ 0.9 & 0.9 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad C(\operatorname{ran} P, \lambda)$

$C(\operatorname{ran} P, 0) = \operatorname{ran} P$

(8) $Q = \begin{array}{c|ccc} & ra & re & de \\ \hline Es & 1 & 1 & 0.6 \\ AR & 1 & 0.81 & 0.2 \end{array}$ $\quad R = \begin{array}{c|cc} & Es & AR \\ \hline ra & 1 & 1 \\ re & 0.81 & 1 \\ de & 0.2 & 0.6 \end{array}$

NO EXISTE: $\operatorname{dom} P \cap \operatorname{ran} P \quad U \cap V$ NO $\quad R \circ P$: $W \times U \circ U \times V = W \times V$ sí

$\operatorname{dom}(\operatorname{ran} P \times \operatorname{ran} Q)$

(9) $\mu_R : N^* \times N^*$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0.4 \\ 2 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0.4 \end{array}$$

a) $\forall (x,y) \in N^* \times N^*$, $\mu_R(x,y) + \mu_R(y,x) = 1$ no

b) $1 = \text{altura}(R) \neq \text{altura}(\operatorname{dom} R)$ Falso

c) $\exists x \in N^* / \mu_R(x,x) = x$

(10) a) $\operatorname{dom} R = \operatorname{ran} R$ $\quad$ dom $= \{1, 0.5, 1\}$ $\quad$ ran $= \{1, 1, 0.4\}$ Falso

b) $\forall x \in N^* \ \mu_R$

$$\max\{\min\{\overset{0}{\mu_A(x_0)}, \overset{0}{\overline{\mu_B(x_0)}}\}, \ \overset{0}{1 - \underset{1}{\mu_A(x_0)}}\} = 0$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{array}$$

$\{0, 1/2, 0, 1/4, 0, 1/6\}$

$C(A, 1/2) = \{2\}$

$C($

NO ES lo mismo

$\boxed{A \times B = A \cap B}$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1/3 \end{array} \quad n \geq 2$$

Presentación Robinson

1. $\forall X, [B(x) \rightarrow (\exists y\, (T(y) \wedge P(y,x)))] \wedge (\exists x\; B(x)) \wedge (\forall x [T(x) \rightarrow \sim C(x)]) \wedge \sim(\forall x\, C(x))$

$P_1 = \forall x / B(x) \rightarrow T(p(x)) \rightarrow C_1 = B'(x) \vee T(p(x))$

$P_2 : \exists y / (B(y)) \rightarrow C_2 = B(y)$

$P_3 : \forall z / T(z) \rightarrow C'(z)) \rightarrow C_3 = (T'(z) \vee C'(z))$

$P_4 : \exists u\; C'(u) \rightarrow C_4 : C(u)$

2. Marciano, hijo, padre azul, madre verde

$P_1 : \forall x,\; M(x) \rightarrow A(p(x)) \vee V(m(x)) = C_1 : M'(x) \vee A(p(x)) \vee V(m(x))$

$P_2 : \forall y,\; A(y) \vee V(y) \rightarrow T(y) = C_2 = (A'(y) \wedge V'(y)) \vee T(y) = C_2 = (A'(y) \vee T(y)$

$P_3 : \exists x,\; M(x) \wedge W(a,x) = C_4 = M(x) \quad C_5 = W(a,x)$

$C_3 = (V'(y) \vee T(y))$

Goal: $\exists u, (T(u)) = C_6 = T'(u)$

$C_3 \wedge C_6 \rightarrow R_1 = V'(\overset{= m(b)}{f})$

$C_2 \wedge C_6 \rightarrow R_2 = A'(\overset{= p(b)}{y})$

$C_1 \wedge C_4 \rightarrow R_3 = A(p(b)) \vee V(m(b))$

$R_1 \wedge R_3 = A(p(b)) \wedge R_2 = [\,]$

3. Un conejo que no es tragón se mueve ...

$P_1 : \forall x, [C(x) \wedge \sim T(x) \rightarrow M(x)] = C'(x) \vee T(x) \vee M(x)$ C1

$P_2 : \forall y, C(y) \wedge T(y) \rightarrow G(y) \vee B(y) = C'(y) \vee T'(y) \vee G(y) \vee B(y)$ C2

$P_3 : \forall z,\; M(z) \vee B(z) \vee G(z) \rightarrow \sim(H(z)) = M'(z) \vee B'(z) \vee G'(z) \vee H'(z)$ $\boxed{C3}$

$P_4 : \exists t,\; C(t) \rightarrow C(t)$ C4

Goal: $\exists m, \sim(H(m)) \rightarrow \forall m,\; H(m)$

4. Filomeno tiene un colega gritón y bigotudo...

$P1 : \exists x,\; (F(\text{Filomeno}, x) \wedge G(x) \wedge B(x))$

$P_2 : \forall x,\; G(x) \rightarrow (T(x) \vee A(x)))$

$P_3 : \forall x,\; (B(x) \rightarrow A'(x))$

$P_4 : \forall x, \forall y : ((B(x) \wedge F(x,y)) \rightarrow T'(y))$

Goal : $B'(\text{Filomeno})$

PROCOG

	R		J		P	
C	A	M	I	T	A	S
	T		R		L	
S	O	L	A	P	A	S
	N		F		Z	
P	E	S	A	D	O	S
	S		S		S	

(12)

$$P \begin{cases} C_1: p(a) \leftarrow \\ C_2: q(b) \leftarrow \\ C_3: r(y,a) \leftarrow q(y) \\ C_4: s(b,z) \leftarrow p(z) \end{cases}$$

i) $u = \{a, b\}$ $\quad B = \{p(a), p(b), q(a), q(b), r(a,a), r(a,b), r(b,b), r(b,a), s(a,a), s(a,b), s(b,b), s(b,a)$

$I_0 = \{p(a), q(b), r(b,a), s(b,a)\}$

ii) $A = \exists x \,/\, p(x) \wedge q(x)$

$G = A' = p'(x) \vee q'(x)$

$$P+G \begin{cases} G: \leftarrow p(x) \wedge q(x) \\ C_1: p(a) \leftarrow \\ C_2: q(b) \leftarrow \\ C_3: r(y,a) \leftarrow q(y) \\ C_4: s(b,z) \leftarrow p(z) \end{cases}$$

sustituimos $= \{a \mid x\}$

$G = q'(a)$

(11)

$$P = \begin{cases} C_1: p(y) \leftarrow \\ C_2: q(a,z) \leftarrow p(z) \\ C_3: r(t,b) \leftarrow q(t,a) \end{cases}$$

$u = \{a, b\}$ $\quad B = \{p(a), p(b), q(a,a), q(a,b), q(b,a), q(b,b), r(a,a), r(a,b), r(b,a), r(b,b)\}$

$I_0 = \{p(a), p(b), q(a,a), q(a,b), r(a,b)\}$

a) $I = \{p(a), q(a,a), r(a,b)$

iv) SLD - Resolución

$B \equiv q(a,b)$

$G = q'(a,b)$

$$P+G \begin{cases} G: \leftarrow q(a,b) \\ C_1: p(y) \leftarrow \\ C_2: q(a,z) \leftarrow p(z) \\ C_3: r(t,b) \leftarrow q(t,a) \end{cases}$$

$s = \{b \mid z\}$ $\quad G \wedge C_2 = \square$

(9) $\forall x, y, ((P(x,y) \vee Q(x)) \wedge P'(x, f(x)) \wedge Q'(a))$

CORRECCIONES TG1:

(2) a) $2+4=6$ b) $4+2=6$

(3)

(4) a) Se equivoca pone $y|t$ cuando es $t|y$

Cambia y por t en R_3 de $L_2M'_2$ sin motivo. $10+5=15$

En $L_1M'_1M'_2$ la P no es negada.
y $L_1L_2M'_2$

(5) i) a. 4 (mal formalizada la conclusión) b. 1 conclusión mal. c. 3

ii) a.

(6) c) el último elemento de I debe ser $r(a,b)$

d) $1+1+$

TRABAJO 2

(2) (i) a. No está bien formalizado, faltan predicados.

b. No está formalizado.

c. La negación está mal.

(3) (4) 8

(5) i) correcto ii)

(6) b) I_0 sobra un elemento 2

c) Hay un elemento erróneo. 1

d) i) mal iii) Bien iv) 7

$2+2+2+1+6$

TRABAJO 3:

(2) a. $3+4=7$ b. 10 c. 3

(5) i) a. Bien a medias; b. Conclusión mal; c. Llegamos cláusula vacía.

ii) a. c. no hecho

(6) $2+2+1+2+2+2=11$

DEDUCCIÓN NATURAL

1

```
+ -  Objects:
+ -  Functions:

     Select All
1.   p => q                Premise
2.   ~q                    Premise
3.   | p                   Assumption
4.   | ~q                  Reiteration: 2
5.   p => ~q               Implication Introduction: 3, 4
6.   ~p                    Negation Introduction: 1, 5
```

2

```
+ -  Objects:
+ -  Functions:

     Select All
1.   p & (q | r)           Premise
2.   p                     And Elimination: 1
3.   q | r                 And Elimination: 1
4.   | q                   Assumption
5.   | p & q               And Introduction: 2, 4
6.   | p & q | p & r       Or Introduction: 5
7.   q => p & q | p & r    Implication Introduction: 4, 6
8.   | r                   Assumption
9.   | p & r               And Introduction: 2, 8
10.  | p & q | p & r       Or Introduction: 9
11.  r => p & q | p & r    Implication Introduction: 8, 10
12.  p & q | p & r         Or Elimination: 3, 7, 11
```

3

```
Select All
p | q                      Premise
~p                         Premise
| p                        Assumption
| | ~q                     Assumption
| | p                      Reiteration: 3
| ~q => p                  Implication Introduction: 4, 5
| | ~q                     Assumption
| | ~p                     Reiteration: 2
| ~q => ~p                 Implication Introduction: 7, 8
| ~~q                      Negation Introduction: 6, 9
| q                        Negation Elimination: 10
p => q                     Implication Introduction: 3, 11
| q                        Assumption
| | q                      Assumption
| q => q                   Implication Introduction: 14, 14
| q                        Or Elimination: 1, 12, 15
```

4

```
     Select All
1.   p => q                Premise
2.   m => p | q            Premise
3.   | m                   Assumption
4.   | p | q               Implication Elimination: 2, 3
5.   | | q                 Assumption
6.   | q => q              Implication Introduction: 5, 5
7.   | q                   Or Elimination: 4, 1, 6
8.   m => q                Implication Introduction: 3, 7
```

Carmen Maria Nobleas Carreto

5

Select All

1.	p => (q => r)	Premise
2.	p => q	Assumption
3.	p	Assumption
4.	q	Implication Elimination: 2, 3
5.	q => r	Implication Elimination: 1, 3
6.	r	Implication Elimination: 5, 4
7.	p => r	Implication Introduction: 3, 6
8.	(p => q) => (p => r)	Implication Introduction: 2, 7

6

Select All

p	Assumption
q	Assumption
p	Reiteration: 1
q => p	Implication Introduction: 2, 3
p => (q => p)	Implication Introduction: 1, 4

7

Select All

p => (q => r)	Premise
p & q	Assumption
p	And Elimination: 2
q	And Elimination: 2
q => r	Implication Elimination: 1, 3
r	Implication Elimination: 5, 4
p & q => r	Implication Introduction: 2, 6

8

Select All

~p => q	Assumption
~p => ~q	Assumption
~~p	Negation Introduction: 1, 2
p	Negation Elimination: 3
(~p => ~q) => p	Implication Introduction: 2, 4
(~p => q) => ((~p => ~q) => p)	Implication Introduction: 1, 5

9

Select All

p => q	Premise
~q	Assumption
p	Assumption
~q	Reiteration: 2
p => ~q	Implication Introduction: 3, 4
~p	Negation Introduction: 1, 5
~q => ~p	Implication Introduction: 2, 6

10

Select All

p | q => r	Premise
p	Assumption
p | q	Or Introduction: 2
r	Implication Elimination: 1, 3
p => r	Implication Introduction: 2, 4
q	Assumption
p | q	Or Introduction: 6
r	Implication Elimination: 1, 7
q => r	Implication Introduction: 6, 8
(p => r) & (q => r)	And Introduction: 5, 9

EXÁMENES OTROS AÑOS

JUNIO 2021

1.
2. $B = \{r(a), r(b), p(a,a), p(a,b), p(b,a), p(b,b), q(a,a), q(a,b), q(b,a), q(b,b)\}$
3. $I_0 = \{r(b), q(a,a), q(b,b), p(a,b), p(b,b)\}$

4

$(p \vee q)$ → C_1

$(p \to r)$ → $p' \vee r$ → C_2

$(q \to r)$ → $q' \vee r$ → C_3

$(r \vee s)' = r' \wedge s'$ → C_4, C_5

C_1
C_2
$R_1 = q \vee r$
$C_3 = q' \vee r$
$R_2 \quad r \to R_2 \wedge C_4 = \square$

5 A, B y C formulas proposicionales

✓ $A \vee C \to A' \wedge B$
V → F = F
falsa si A verdadera

$A \wedge B \wedge C \to A \vee C$

$(A' \vee B' \vee C' \vee A \vee C) = V$

$A \wedge C \to C' \vee B$
F V
F → V = V

6 $N(x) = x$ negacionista $C(y) = y$ científico $A(x,y) = x$ amigo de y

$\forall x, y, \ N(x) \wedge C(y) \to A'(x,y)$

7 $N^* = N - \{0\}$

b) $\exists x, y \in \mathbb{N}^* / x \cdot y < x + y$

8 U conjunto no vacío $A = \{x \in U : P(x)\}$ $P(x)$ y $Q(x)$
$B = \{x \in U : Q(x)\}$

a) $A \subseteq B \longleftrightarrow \exists x \in U / (P(x) \wedge Q'(x))$

9 $S_1 = \{b|x, \ b|u, \ a|t, \ z|y. \ f(y)|v\}$, $S_2 = \{b|x, \ b|u, \ f(z)|f(y)\}$

$P(b, a, f(y))$

JUNIO 2022

3) $I_0 = \{ p(a,b), p(b,b), q(a,a), q(b,b), r(a), r(b) \}$

4) $p \to q = p' \vee q$ $\quad [m \to (p \vee q)] = m' \vee p \vee q \quad (m' \vee q)' = m \wedge q'$

C1 $\qquad$ C2 $\qquad$ C3 $\quad$ C4

$C_1 \wedge C_2 = R_1 = m' \vee q \wedge C_3 = q \wedge C_4 = \square$

5) A y B

$(B \to A) \longleftrightarrow (A' \to B')$

$(B' \vee A) \longleftrightarrow (A \vee B') \to V$

6) $\forall x, \exists y \,/\, V(x,y)$

$\exists x, \forall y, \; V'(x,y)$

7) $P(x) \equiv x$ persona $\qquad M(x) = x$ mortal

$\forall x, \; P(x) \to M'(x)$

8) $A = \{ x \in U : P(x) \}$ $\qquad P(x)$ y $Q(x)$

$B = \{ x \in U : Q(x) \}$

$A \subseteq B \longleftrightarrow \forall x \in U, \; Q'(x) \to P'(x)$

$Q(x) \vee P'(x)$

JUNIO 2016

1) $P = \begin{cases} C_1: p(a) \leftarrow \\ C_2: q(y,b) \leftarrow p(y) \\ C_3: r(a,z) \leftarrow q(a,z) \end{cases}$

C2 $\quad \cancel{r(a,x) \wedge q(b,x)}$ $\quad q(y,b)$

$\cancel{r(a,b) \wedge p(b)}$

$A = \exists x \,/\, r(a,x)$

$B = \exists x \,/\, r(a,x) \wedge q(b,x)$

$C = \forall x, \; p(x)$

2) $I_0 = \{ p(a), q(a,b), r(a,b) \}$

5) A: $p \wedge q \to r$

B: $p \to r$

$(p \wedge q \to r) \to (p \to r)$ $\qquad ((p \wedge q) \to r) \wedge (p \to r)$

$(p' \vee q' \vee r) \to (p' \vee r)$ $\qquad (p' \vee q' \vee r) \wedge (p' \vee r)$

$(p \wedge q \wedge r') \vee p' \vee r$

$\underbrace{(p' \vee r \vee p)}_{V} \wedge (p' \vee r \vee q) \wedge \quad I = \boxed{p' \vee r \vee q}$

6) $\forall x, \exists y \,/\, P(x) \wedge P(y) \to Q(x,y)$

$\exists x, \forall y \,/\, P(x) \wedge P(y) \wedge Q'(x,y)$

$A = V$
$B = V$ $\quad \} (A \wedge B) = V$

$\underbrace{B' \to A'}_{V}$

$B \vee A' = V$

Negado $\to$ $B' \wedge A = F$

$A \to \underset{0}{B} = A' \vee \underset{0}{B} = \boxed{A'}$ contingencia

8) $U \to$ no vacío $\quad A, B \subseteq U$

$\forall X \subseteq U, \; X \subseteq A \wedge X \subseteq B \to A \cap B \subseteq X$

$A \cap (B \cup A) =$

9

$C_1 \wedge C_2 \quad L_2 s \wedge M_1 s$

$P'(b, x) \vee Q'(x, b)$

2 Discutir resoluciones

$C_1 \wedge C_2 = R_1 = P'(b, f(b)) \vee P'(f(a), f(z))$

$L_1', M_1 \quad s_1 = \{b|x, f(a)|y\} \to P'(b, f(a)) = L_1' s_1 \wedge M_1 s_1$

$L_1', M_2 \quad s_2 = \{x|y, a, z\} \to P'(x, f(a)) = L_1' s_2 = M_2 s_1 \quad C_1 \wedge C_2 = R_2 = P'(x, f(x)) \vee P'(b, x)$

$L_2, M_1 \quad s_3 = \{b|x, f(b)|y\} = P'(b, f(b)) = L_2 s_3 = M_1 s_3 \quad C_1 \wedge C_2 = R_3 = P(b, f(a)) \wedge P'(f(b), f(z))$

$L_2, M_2 \quad s_4 = \{x|y, x, z\} = P'(x, f(x)) = L_2 s_4 = M_2 s_4 \quad C_1 \wedge C_2 = R_4 = P(x, f(a)) \vee P'(b, x)$

~~$L_1', L_2, M_1 = \{b|x, f(a)|y\}$~~

$L_1', L_2, M_2 \quad s_5 = \{a|x, a|z, a|y\} = P(a, f(a)) \to C_1 \wedge C_2 = P(b, y)$

L_1', M_1, M_2

L_2, M_1, M_2

L_1', L_2, M_1, M_2

ENERO 2015

1 C

$S = \{g(t)|y, g(t)|v, b|z, a|x\}$

2 $U = \{a, b\}$

$B = $ finita $\quad \mathcal{I} \subseteq B \quad$ Falso $\to p(y) \in \mathcal{I}$

3 $\mathcal{I}_0 = \{(p(a), p(b), q(a), q(b), r(b, a), r(b, b)\}$

4 $\mathcal{I}(p(a)) = V$

5 $A = (p \vee q') \wedge p'$

$\underbrace{(p \wedge p')}_{0} \vee \boxed{(p' \wedge q')}$

$((p \vee q') \wedge p')' = (p \vee q')' \vee p = (p' \wedge q) \vee p$

$[(p \vee q') \wedge p'] \to q'$

$(p' \wedge q) \vee p \vee q'$

$\underbrace{p \vee q' \vee p'}_{I} \wedge \underbrace{p \vee q' \vee q}_{I} = I$

$[(p \vee q') \wedge p'] \to (p \vee q')$

$(p' \wedge q) \vee p \vee p \vee q'$

$p' \vee p \vee q' \wedge p \vee q' \vee q = I$

6 $\forall x, I(x) \to D(3, x) \vee D(5, x)$

7 $C = A \to B \quad \mathcal{I} \to$ interpretación

$C = A' \vee B$

$A \wedge C \to B =$

¿Por qué C Tautología?

9 $s = \{b|y, f(b)|u, a|x\}$

2014

$B = \{p(a), p(b), q(a), q(b), r(a,a), r(a,b), r(b,a), r(b,b)\}$

$I_0 = \{(p(a), q(a), r(a,b)\}$

② $B = \exists x / r(a,x)$

④ $A: p \to q = p' \vee q$

$B: p \wedge q'$

$(p' \vee q) \wedge p \wedge q' = 0 \vee 0 = 0$

$(p \wedge q') \wedge p' \vee q = 0 \vee 0 = 0$

$(p' \vee q) \vee (p \wedge q') = I \wedge I = I$

⑤ $\forall p, q, \exists z / D(x, p) \vee D(x, q) \to D(x, f(p, q))$

⑥ $A = p \vee q \to r = (p' \wedge q') \vee r$

$B = p \to r = (p' \vee r)$

$(p' \wedge q') \vee r \to p' \vee r$

$((p \vee q) \wedge r') \vee p' \vee r$

$I \wedge I = I$

⑧ $s_1 = \{b|v, g(c)|t\}$

$s_2 = \{a|x, g(z)|u\}$

$(\forall x \in X, A'(x) \vee B(x))'$

$\exists x \in X, A(x) \wedge B'(x)$

$\forall x \in X (A'(x) \vee B(x))'$

$\exists x \in X, A(x) \wedge B'(x))$

$A'(x) \vee B'(x)$

$A(x) \wedge B(x)$

$\exists x, \forall y / P(x) \wedge P(y) \wedge Q'(x,y)$

TEST

L_1 M_1 M_2

$R = P(x,a) \vee Q(f(a))$ $\quad s = \{a|z$

$C_1 = P(x,z) \vee Q(f(z)) \vee S(x,a) \vee S(x,z)$

C_1 $\quad s\{f(b)|x,\ a|z,\ b|u\}$ $\quad a|t \quad S'$

C_2

$\boxed{2013}$

4 $A = p \wedge q$

$B = p \vee q$

$(p\wedge q) \wedge (p \vee q)$

$(p \wedge q) \vee (p \wedge q) = p \wedge q$

$(p \wedge q) \wedge (p' \wedge q') = 0$

$(p \wedge q) \to p \vee q = \quad p' \vee q' \vee p \vee q \ = I$

5

6

7

8 9 L_1 $M_1 M_2$

5

6 $B \subseteq A$

$\exists x \in$

7 $A \wedge B$

$A \to B = I$

$A' \vee B = I$

$(A \vee B) \wedge A' \wedge B' = 0 \vee 0 = 0$

$A \wedge B =$

2012

1. $I_p = \{r(a), r(b), q(a,b), p(a,b), p(b,b)\}$
↳ d ✓
2c ✓
3a ✓
4b ✓
5a ✓
6b ✓

~~7b~~ −0'25
8 b ✓ 8'75
9 c ✓
10 d ✓

4. $A = (r \vee p') \wedge (q \to s) \wedge (p' \to q)$

$(r \vee p') \wedge (q' \vee s) \wedge (p \vee q)$

V F $\quad$ V F $\quad$ V F

F V $\quad$ F V $\quad$ F V

8

Simulacro

$[(p \to q) \vee (r \to s)] \to [(p \vee r) \to (q \vee s)]$

$[(p' \vee q) \vee (r' \vee s)]' \vee [(p \vee r)' \vee (q \vee s)] =$

$[(p \wedge q' \wedge r \wedge s'] \vee [(p' \wedge r') \vee (q \vee s)] =$

$= [\underbrace{p' \vee q \vee r' \vee s}_{F\ F\ F\ F}] \vee [\underbrace{(q \vee s \vee p') \wedge (q \vee s \vee r')}_{F}]$

$F\ F\ F \qquad F\ F\ F$

$V(p \to q) \vee (r \to s)$

$F \quad V \quad F$

$V\ (p \vee r)$

V

$(q \vee s)$

$\underbrace{F \quad F}_{F}$

$F(x) \quad E(x, y) \quad M(x)$

$\forall x, \forall y, F(x) \wedge E(x, y) \to M(y)$

$[\quad P'(a, y) \vee Q'(y)] \vee [\quad , Q'(t) \wedge P(t, w)]$

$P'(a, y) \vee Q'(y) \vee (Q(t) \wedge P(t, w))$

$(P'(a, y) \vee Q'(y) \vee Q(t)) \wedge$

$P'(a, y) \vee Q'(y) \vee P(t, w)$

$(p \to r) \to [(p' \to q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r) =$

$F \quad V \quad F$

$(p' \vee r)' \vee [(p \vee q) \wedge (p' \vee r) \wedge (q' \vee r)] =$

$(p \wedge (q \vee r))' \to ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$

$p' \vee (q' \wedge r') \vee ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$

F V F V F V V

$A \cap B \cap C' = \emptyset$

$A' \vee B' \vee C$

$(A \to B') \vee C$

$A' \vee C \vee B'$

$A \wedge C' \to B'$

$I_0 = \{ p(a), q(b,a), q(b,b), r(b,a) \}$

$\forall x \in \mathbb{Z},\ P(x) \to P(f(x))$

$[(p' \vee q) \vee (r' \vee s)]' \vee [(p \vee r)' \vee (q \vee s)]$

$[(p \wedge q') \wedge (r \wedge s')] \vee [(p' \wedge r') \vee (q \vee s)]$

$(p \wedge q' \wedge r \wedge s') \vee [(q \vee s \vee p') \wedge (q \vee s \vee r')]$

F V V

$\underbrace{\text{F} \quad \text{V} \quad \text{V}}_{\text{V}}$

$A \cap B \cap C'$

$A' \vee B' \vee C$

$A \wedge C' \to B'$

$[p \wedge (q \vee r)]' = [p' \vee (q' \wedge r')] \vee [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

$\quad F \quad V \quad F \qquad V \quad F \quad V \; V$

$\exists x \in X \, (A(x) \wedge B'(x))))$

$\exists x \in X, ($

$\exists x, \forall y / \; P(x) \wedge P(y) \wedge Q'$

$\exists x \in X, \; A(x) \wedge B(x)$

$\forall x \in X / \; A'(x) \vee B'(x)$

$A \to B'(x)$

6

a) $U = \{a, b\}$

b) $I_0 = \{p(a), p(b), q(b,a), q(b,b), r(b,a)\}$

c) No se puede obtener con 3 elementos

$I = \{p(a), p(b), q(b,a), q(b,b), r(b,a), q(a,a), r(a,a)\}$

d) i) No porque es un $\exists$

ii) No se puede, está negado

iii) $\exists x / r(x,a) \to G = \forall x / r'(x,a)$

$$P \begin{cases} G: & \leftarrow r(x,a) \\ C_1: & p(y) \leftarrow \\ C_2: & q(b,z) \leftarrow p(z) \\ C_3: & r(u,a) \leftarrow q(u,a) \end{cases}$$

$S_1 = \{x | u\} \to G_1: \; q'(x, a)$

$$P \begin{cases} G_1: & \leftarrow q(x,a) \\ C_1: & p(y) \leftarrow \\ C_2: & q(b,z) \leftarrow p(z) \\ C_3: & r(u,a) \leftarrow q(u,a) \end{cases}$$

$S = \{b|x, \; a|z\}$

$G_2 = p'(a)$

$$P \begin{cases} G_2 & \leftarrow p(a) \\ C_1: & p(y) \leftarrow \\ C_2: & q(b,z) \leftarrow p(z) \\ C_3: & r(u,a) \leftarrow q(u,a) \end{cases}$$

$S = \{a|y\} \quad G_4 = \square$

① $\mathcal{U} = \{a, b\}$

$B = \{p(a,a), p(a,b), p(b,a), p(b,b), q(a,a), q(a,b), q(b,a), q(b,b), r(a), r(b)\}$

$I_0 = \{p(a,a), p(a,b), q(a,b), q(b,b), r(a), r(b)$

$A = \exists x \,/\, q(x,a)$

$B = \exists x \,/\, q(x,b)$

④ $I_0 = \{p(a,a), q(a,a), r(a,a)\}$

$I_2 = \{q(a,a), \quad , p(a,a), \}$

⑤

⑦ $I_0 = \{r(a), q(a,b), p(a,b)\}$

⑧ $I_0 = \{r(a), r(b), q(a,a), q(a,b), p(a,b), p(b,b)\}$

Continuación 6.

iv) $D = \exists x / r(x,b) \Rightarrow G = \forall x, / r'(x,b)$

$$P \begin{cases} G: \leftarrow r(x,b) \\ C_1: p(y) \leftarrow \\ C_2: q(b,z) \leftarrow p(z) \\ C_3: r(u,a) \leftarrow q(u,a) \end{cases}$$

No puedo sustituir una constante con otra

v) $\exists x / p(x) \wedge r(b,x)$

$$P \begin{cases} G: \leftarrow p(x) \wedge r(b,x) \\ C_1: p(y) \leftarrow \\ C_2: q(b,z) \leftarrow p(z) \\ C_3: r(u,a) \leftarrow q(u,a) \end{cases}$$

$$P \begin{cases} G: \leftarrow r(b,x) \\ C_1: p(y) \leftarrow \\ C_2: q(b,z) \leftarrow p(z) \\ C_3: r(u,a) \leftarrow q(u,a) \end{cases}$$

$s\{x|y\}$

$s\{b|v, a|x\}$

$$P \begin{cases} G: \leftarrow q(b,a) \\ C_1: p(y) \leftarrow \\ C_2: q(b,z) \leftarrow p(z) \\ C_3: r(u,a) \leftarrow q(u,a) \end{cases}$$

$s\{a|z\}$

$$P \begin{cases} G: \leftarrow p(a) \\ C_1: p(y) \leftarrow \\ C_2: q(b,z) \leftarrow p(z) \\ C_3: r(u,a) \leftarrow q(u,a) \end{cases}$$

$s\{a|y\}$

$\square$

③ Forma clausulada.

$[\forall x, \exists y, z / P(x, a) \vee Q'(y, f(a)) \wedge R(z)]' \wedge [\forall x, \exists y / P(b, x) \vee R(a) \vee Q(x, f(y))]$

Eliminar negaciones

$[\exists x, \forall y, z / P'(x, a) \wedge Q(y, f(a)) \vee R'(z)]$

$\wedge$

$[\forall x, \exists y / P(b, x) \vee R(a) \vee Q(x, f(y))] =$

$[\forall y, z / P'(x, a) \wedge Q(y, f(a)) \vee R'(z)]$

$\wedge$

$[\forall t / (P(b, t) \vee R(a)) \vee Q(t, f(g(t)))$

$P'(x, a) \wedge [Q(y, f(a)) \vee R'(z)] \wedge$

$[P(b, t) \vee Q(t, f \ldots \wedge$

$[R(a \vee Q(t, f(g(t)))$

EJERCICIOS LÓGICA

1

a) $\forall x, y \in \mathbb{N},\ D(x,y) \wedge D(2,y) \rightarrow P'(y)$

b) $\forall x, y \in \mathbb{N},\ P(x) \wedge P(y) \wedge D(2, f(x,y)) \rightarrow I(2,x) \vee I(2,y)$

c) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N},\ P(x) \rightarrow P(y) \wedge I'(x,y) \wedge D'(2, f(x,y))$

d) $\exists x \in \mathbb{N} / \forall y \in \mathbb{N},\ P(x) \wedge D'(2,x) \wedge D(100,y) \rightarrow D(x,y)$

e) $\forall x, y \in \mathbb{N}, \exists z \in \mathbb{N} / I(g(x,y), h(z,x)) \vee I(g(x,y), h(z,y))$

2 $\forall x, y \in \mathbb{N}, \exists z \in \mathbb{N} / D(2,x) \wedge D(2,y) \wedge I'(x,y) \rightarrow P(z) \wedge D(z, g(x,y))$

$\exists x \in \mathbb{N},\ D(x,12) \wedge M$

10

a) $P_1 = \begin{cases} C_1: p(a) \leftarrow \\ C_2: q(b) \leftarrow p(y) \\ C_3: r(a,z) \leftarrow q(z) \end{cases}$

i) $U = \{a, b\}$

$B = \{p(a), p(b), q(a), q(b), r(a,a), r(a,b), r(b,a), r(b,b)\}$

$I_0 = \{p(a), q(b), r(a,b)\}$

b) $P_2 = \begin{cases} C_1: p(x,b) \leftarrow \\ C_2: q(a,y) \leftarrow p(a,y) \\ C_3: r(z,a) \leftarrow q(a,z) \end{cases}$

i) $U = \{a, b\}$

$B = \{p(a,a), p(a,b), p(b,a), p(b,b), q(a,a), q(a,b), q(b,a), q(b,b), r(a,a), r(a,b), r(b,a), r(b,b)\}$

$I_0 = \{p(a,b), p(b,b), q(a,b), r(b,a)$

9

$\forall x, y.\ ((P(x,y) \vee Q(x)) \wedge P'(x, f(x)) \wedge Q'(a))$ Insatisfactible

$\forall x, y\ [(P(x,y) \wedge P'(x, f(x)) \wedge Q'(a)] \vee$

$[P'(x, f(x)) \wedge Q'(a) \wedge P(x,y)]$

$\forall x, y, ((P(x,y) \vee Q(x)) \wedge P'(x, f(x)) \wedge Q'(a))$

$P(x,y) \vee Q(x)$ $\quad L_1 \vee L_2$

$P'(x, f(x))$; $P'(z, f(z))$ $\quad M_1$

$Q'(a)$ $\quad N$

L_1' M_i $\quad s = \{z|x, f(z)|y\}$

$R_1 = L_2 s = Q(z)$

$L_2's$ unificado con N $\quad s = \{a|z\}$

$R_2 = \square$, por lo tanto la fórmula es insatisfactible.

2b.

$(p \vee q)' = p' \wedge q'$

$(p \vee q) \wedge (p' \wedge q') = 0$

$(p' \wedge q' \wedge p) \vee (p' \wedge q' \wedge q) = 0 \vee 0 = 0$

$(p \vee q) \vee (p' \wedge q') = I$

$(p \vee q \vee p') \wedge (p \vee q \vee q') = I \wedge I = I$

c) $p \to (q \to r)) = ((p \wedge q) \to r)$

$p \to (q \to r) = p' \vee (q' \vee r) = p' \vee q' \vee r$

$(p \wedge q) \to r = p' \vee q' \vee r$

② Demostrar tautologías.

i) $\underbrace{p' \vee p}_{\text{propiedad implicación y complementario.}} = I$

ii) $p \wedge q \to p = p' \vee q' \vee p$ propiedades asociativa y complementario

iii) $p \to p \vee q = p' \vee p \vee q$

iv) $p \to I, \quad 0 \to p$
$p' \vee I = I \qquad I \vee p = I$

v) Modus Ponens: $[(p \to q) \wedge p] \to q$
$[(p' \vee q) \wedge p]' \vee q = (p \wedge q') \vee p' \vee q \underset{5}{=} (p' \vee q \vee p) \wedge (p' \vee q \vee p) \underset{8}{=} I \wedge I \underset{7}{=} I$

vi) Modus Tollens
$[(p \to q) \wedge q'] \to p' = [(p' \vee q) \wedge q']' \vee p' = [(p \wedge q') \vee q] \vee p' = \underbrace{(p' \vee q \vee p)}_{I} \wedge \underbrace{(p' \vee q \vee q')}_{I} = I$

vii) Silogismo Disyuntivo
$[(p \vee q) \wedge p'] \to q = [(p' \wedge q') \vee p] \vee q = I$

viii) Dilema
$[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)] \to r =$
$[(p \vee q) \wedge (p' \vee r) \wedge (q' \vee r)] = (p \vee q) \wedge ((p' \wedge q') \vee r) = (p \vee q) \wedge ((p \vee q)' \vee r) =$
$[(p \vee q) \wedge (p \vee q)'] \vee [(p \vee q) \wedge r] = ((p \vee q) \wedge r) \to r =$
$(p' \wedge q') \vee r' \vee r = I$

ix) Dilema Constructivo
$[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to s)] \to (r \vee s)$
$[(p \vee q)' \vee (p' \vee r)' \vee (q' \vee s)'] \vee (r \vee s) = [(p' \wedge q) \vee \underbrace{(p \wedge r') \vee (q \wedge s')}_{(p' \wedge s') \vee q)}] \vee r \vee s$

F $p \vee q$ (p F)
V $p \to r$ (F F)
V $q \to s$ (F F)
$\underbrace{r \vee s}_{F}$ (F F)

formalmente válido

V $p \to q$ (F F)
V $q \to r$ (F F)
F p (F)
r (F)

Válido.

X) Transitividad del Condicional.
$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$
$[(p' \vee q) \wedge (q' \vee r)]' \vee (p' \vee r) = [(p \wedge q') \vee (q \wedge r')] \vee p' \vee r$
$[p' \vee r \vee (p \wedge q')] \vee [p' \vee r \vee (q \wedge r')]$
$(\underbrace{p' \vee r \vee p}_{I}) \wedge \underbrace{(p' \vee r \vee q)}_{\boxed{p' \vee r \vee q}} \vee (p' \vee r \vee q)$

e) $((p' \to p) \vee (q' \to r)) \to ((p' \vee q') \to r) =$

$= [(p \vee (q \vee r))' \vee ((p \wedge q \vee r)] =$

$= [p' \wedge q' \wedge r'] \vee [p \wedge q \wedge r]$

contingencia

h) $[(p \to q) \wedge (q' \vee r') \wedge r] \to p;$

$[(p' \vee q) \wedge (q' \vee r') \wedge r]' \vee p$

$[(p \wedge q') \vee (q \wedge r) \vee r'] \vee p$

contingencia

g) $[(p' \vee q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$

$[(p \wedge q') \vee (q \wedge r') \vee p' \vee r$

Tautología

i) $((p' \to q) \vee (q' \to r)) \wedge (r' \wedge (p \vee q)')$

$((p \vee q) \vee (q \vee r)) \wedge (r' \wedge p' \wedge q')$

$[p \vee q \vee r] \wedge [r' \wedge p' \wedge q']$

Contradicción

$A = (p \leftrightarrow r') \rightarrow ((q \rightarrow p') \wedge q')$

$\alpha(p) = F$
$\alpha(r) = V$
$\alpha(q) = ? = F$
para que $I(A) = V$

$[(p \rightarrow r') \wedge (r' \rightarrow p)] \rightarrow ((q' \vee p') \wedge q')$

$$\underbrace{\underbrace{[(\underbrace{p \wedge r}_{F \quad V})}_{F} \vee \underbrace{(r' \wedge p')]}_{F \quad V}}_{F} \vee \underbrace{[\underbrace{(q' \vee p')}_{V \quad V} \wedge \underbrace{q'}_{V}]}_{V}$$

F V F V V V V
F v F V
F V V
V

5

$A \equiv p \wedge q \rightarrow r = p' \vee q' \vee r$ $B \equiv p \wedge r$ $C \equiv r \vee q$

a) $\{A, B, C\}$ satisfactible? $(p' \vee q' \vee r) \wedge (p \wedge r) \wedge (r \vee q)$

b) $B \rightarrow A$ es contingencia? $(p \wedge r) \rightarrow (p' \vee q' \vee r) =$
$p' \vee r' \vee p' \vee q' \vee r = I$

c) $p \rightarrow q$ $I(p) = F$
$p' \rightarrow q'$ $I(q) = F$

recíproca
$q \rightarrow p$
contrarecíproca
$q' \rightarrow p' = p \rightarrow q$
$q \vee p'$ $p' \vee q$

6 p = viajas avión
q = esperas
r = mal humor

$[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

v $p' \vee q$
F V
v $r' \vee q$
V V
v p
V

$\rightarrow r$
F

$v \rightarrow F$
no forma

② $N^* = N - \{0\}$

conjunto no vacío.

$D(x, y) =$ x divide a y

$I(x, y) =$ x igual a y

$M(x, y) = x < y$

a) E_1.

$\forall x, y \in \mathbb{N}^*, \exists z \in \mathbb{N}^* / \; D(10, x) \wedge D(10, y) \wedge I'(x, y) \wedge D'(2, z) \wedge D(7, z) \wedge M(x, z) \wedge M(z, y)$

Discutir verdad:

Entre 10 y 20 solo encontramos un múltiplo de 7 entre medias, 14, pero este no es impar.

b) E_2

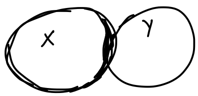
$C(x, y)$, x está contenido en y

$I(x, y)$ x igual y

$f(x, y) = X \cup Y$

$\forall X, Y \subseteq P(U), \exists Z \subseteq P(U) / \; I'(X, Y) \rightarrow C(X, Z) \wedge C(Z, f(X, Y))$

Discutir verdad:



$Z = X$ ó $Z = X \cup Y$

No es único.

Es verdadero.

④

$C_1 = P(x, y, a) \vee P(f(z), b, z) = L_1 \vee L_2$

$C_2 = P'(f(b), t, a) \vee P'(f(u), b, a) = M_1 \vee M_2$

1. $L_1 M_1'$ $\quad s_1 = \{f(b)|x, \; t|y\}$ $\quad L_1 s_1 = M_1' s_1 = P(f(b), t, a) \rightarrow$ obtenemos $R_1 = P(f(z), b, z) \vee P'(f(u), b, a)$
2. $L_1 M_2'$ $\quad s_2 = \{f(u)|x, \; b|y\}$ $\quad L_1 s_2 = M_2' s_2 = P(f(u), b, a) \rightarrow$ obtenemos $R_2 = P(f(z), b, z) \vee P'(f(b), t, a)$
3. $L_2 M_1'$ $\quad s_3 = \{b|z, \; b|t, \; a|z\}$ NO SE PUEDE
4. $L_2 M_2'$ $\quad s_4 = \{a|z, \; a|u\}$ $\quad L_2 s_4 = M_2' s_4 \rightarrow R_4 = P(x, y, a) \vee P'(f(b), t, a)$
5. $L_1 M_1' M_2'$ $\quad s_5 = \{f(b)|x, \; b|y, \; b|t, \; b|u\} \rightarrow R_5 = P(f(z), b, z)$
6. $L_2 M_1' M_2'$ NO
7. $L_1 L_2 M_1'$ NO
8. $L_1 L_2 M_2$ $\quad s_6 = \{a|z, \; f(a)|x, \; a|u, \; b|y\} \rightarrow R_6 = P'(f(b), t, a)$
9. $L_1 L_2 M_1' M_2'$ NO.

b) Si $L_2 = P(x, b, z)$

¿$L_1 L_2 M_1' M_2'$? Sí $\quad s = \{f(b)|x, \; b|u, \; b|y, \; b|t, \; a|z\}$

Obteniendo $\square$

5

i)

anacleto = a

$C(x)$ = x es corrupto

$R(x, y)$ = x respeta a y

$j(x)$ = función jefe. a = anacleto.

$C(a)$ C_1

$\forall x / C(x) \rightarrow C(j(x))$ C_2 $= C'(x) \vee C(j(x))$

$\forall y, R(y, j(y))$ C_3

$\exists z, t / C(z) \wedge R(t, z)$

$\Downarrow$

Negación: $\forall z, t, C'(z) \vee R'(t, z) = C_4$

$C_1 \wedge C_2$ $s = \{a | x\} = R_1 = C(j(a))$

$C_4 \wedge R_1$ $s = \{j(a) | z\} = R_2 = R'(t, j(a))$

$R_2 \wedge C_3$ $s = \{a | y, a | t\} = \square$

ii)

$P(x, y)$ = x más popular que y

$m(x)$ = manager de x (función)

$F(x)$ = futbolista.

Antonia = a Daniela = d

$T(x, y)$ = x trabaja con y

$\forall x, / P(x, m(x)) \rightarrow F(x) = P'(x, m(x)) \vee F(x) = C_1$

$T(a, d) = C_2$

$\forall y, T(y, d) \rightarrow P(y, m(a)) = T'(y, d) \vee P(y, m(a))$ C_3

$F(a) \rightarrow \underbrace{F'(a)}_{\text{goal negada.}} = C_4$

$C_3 \wedge C_1 = F(a) \vee T'(a, d) = R_1$

$R_1 \wedge C_2 = F(a) = R_2$

$R_2 \wedge C_4 = \square$

(5)

Anacleto = a

$C(x)$ = x es corrupto

$f(x)$ = función → jefe

$R(x, y)$ = x respeta a y

i)

1. $C(a)$. C_1
2. $\forall x,\ C(x) \to C(f(x)) = C'(x) \vee C(f(x))$ C_2
3. $\forall y,\ R(y, f(y))$ C_3
4. $\exists z, t / C(z) \wedge R(t, z)$

↓ negamos

$\forall z, t / C'(z) \vee R'(t, z)$ C_4

$C_4 \wedge C_3$ $s_1 = \{y | t, f(y) | z\}$

$R_1 = C'(f(y))$

$R_1 \wedge C_2 = R_2 = C'(x)$

$s = \{x | y\}$

$R_2 \wedge C_1 = R_3 = \square$

$s = \{a | x\}$

ii) $P(x, y)$ = x es más popular que y

$m(x)$ = manager de x

$F(x)$ = x es futbolista

Antonia = a Daniela = d

$T(x, y)$ = x trabaja con y

1. $\forall x,\ P(x, m(x)) \to F(x) = P'(x, m(x)) \vee F(x)$
2. $T(a, d)$
3. $\forall y,\ T(y, d) \to P(y, m(a)) = T'(y, d) \vee P(y, m(a))$
4. Goal: $F(a)$: negada: $F'(a)$

$C_4 \wedge C_1$

$s = \{a | x\} = R_1 = P'(a, m(a))$

$R_1 \wedge C_3$

$s = \{a | y\}$ $R_2 = T'(a, d)$

$R_2 \wedge C_2 = \square$

JUNIO 2021

(1) $N^* = N - \{0\}$

u es conjunto no vacío.

i)

$D(x, y)$ = x divide a y.

$f(x, y) = x \cdot y$

$I(x, y)$ = x igual a y

$\forall x, y, z \in \mathbb{N}^*,\ D'(2, x) \wedge D(x, f(y, z)) \wedge I'(y, z) \to D(x, y) \vee D(x, z)$

$\exists x, y, z \in \mathbb{N}^*,\ D'(2, x) \wedge D(x, f(y, z)) \wedge I'(y, z) \wedge \underline{D'(x, y)} \wedge \underline{D'(x, z)}$

28

4 ↗ 7

12

$\forall A \subseteq u,\ \exists B \in u / (A \cup B = u) \wedge (A \cup B) \cap A \neq A$

$\forall A \subseteq u,\ \exists B \subset u / U(A, B) = u \wedge \not I(U(A, B), A) A$

Mentira.

$\exists A \subseteq V,\ \forall B \subseteq U,\ F'(U(A, B), u) \vee F(I(U(A, B), A) A$

Caballero Escuderos

a) a dice la verdad: A caballero
B escudero

$\exists x / \underset{F}{Q(x)}$

a mintiese A y B escuderos

b) a dice la verdad Si $P(a)$ entonces $P(b)$
Si $Q(a)$ entonces $P(b)$

$\underset{V}{\underline{Q(a)}} \; \underline{\vee} \; \underset{V}{P(b)}$

c) a dice la verdad, no puede
a miente y b también

$\underset{V}{Q(a)} \wedge \underset{F}{Q'(b)}$

d) $P(b) \to \underset{V}{Q(a)}$ Si a verdad entonces b miente
Si a miente → contradicción → no puede mentir

e) $\underbrace{P(a)}_{F} \to \underbrace{2+2=4}_{V}$ Es caballero.
b ✓

f) $\underbrace{P(a)}_{F} \to \underbrace{2+2=5}_{F}$ No se sabe

2

$\forall x, y \in \mathbb{N}, [\exists z \in \mathbb{N} / D(x,2) \wedge D(y,2) \wedge I'(x,y) \to P(z) \wedge D(z, m(x,y))]$

Estudio verdad x - par $x \neq y$ Primo(z)
x - par D ε al mcd

$\forall x, y \in \mathbb{N}, D(x,12) \wedge D(y,12) \to [\exists z \in \mathbb{N} / D(z,12) \wedge M(z, g(x,y))]$

Estudio verdad $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ Falso $6 \cdot 4 = 24$ $12 < 24$.

3 $\mathcal{U}$ no vacío

$\forall X, Y \subseteq \mathcal{U}, \exists Z, T \subseteq \mathcal{U} / X \cap Y \neq \emptyset \to Z \subseteq X \subseteq T \wedge Z \subseteq Y \subseteq T$

Discutir verdad $X \cap Y \neq \emptyset$, por lo tanto coinciden en algún punto

$\emptyset$	$X \cap Y$	X	$X \cup Y$	$\mathcal{U}$
	Z	Z	T	

por lo tanto $Z \subseteq T$
y cumplen la implicación

$\exists$ No unicidad T $X \cap Y \neq \emptyset$

pero la unicidad no está garantizada en $T = X \cup Y = \mathcal{U}$

FORMALIZAR

$C(X, Y)$ = X contenido en Y

$I(X, Y)$ = I igual a X

$i(x, y)$ = intersección

$u(x, y)$ = unión

$\forall X, Y \in P(\mathcal{U}), \exists Z, T \in P(\mathcal{U}) / I'(i(x,y), \emptyset) \to C(Z,X) \wedge C(X,T) \wedge C(Z,Y) \wedge C(Y,T)$

$\exists X, Y \in P(\mathcal{U}), \forall Z, T \in P(\mathcal{U}) / I'(i(x,y), \emptyset) \wedge C'(Z,X) \vee C'(X,T) \vee C'(Z,Y) \vee C'(Y,T)$.

④ $u = \{a, b, c, d\}$

$A = \{a\}$

$\forall x, Y \subseteq u,\ X \cap Y \subseteq A \land X \cap Y \neq \emptyset \rightarrow X \subseteq A \lor a \in Y$

Es cierto ya que $X \cap Y = \{a\}$, únicos subconjuntos de A son $\{a\}$ y $\emptyset$ y $X \cap Y \neq \emptyset$

$a \subseteq X \cap Y$ y $X \cap Y \subseteq Y = a \subseteq Y$, tesis cierta

ii) $C(X, Y) =$ x contenido en Y

$I(X, Y) =$ x igual a y

$f(x, y) =$ intersección

$g($unión$)$

$\forall X, Y \in P(u),\ C(f(x,Y), A) \land I'(f(x,Y), \emptyset) \rightarrow C(X, A) \lor C(a, Y)$

$\exists X, Y \in P(u),\ C(f(x,y), A) \land I'(f(x,y), \emptyset) \land C'(A, A) \land C'(a, Y)$

⑥ Forma clausulada

a) $[\forall x, y, \exists z / P(x, a) \lor Q'(y, f(a)) \rightarrow R(z, y)] \land [\forall x, \exists y / P(b, x) \rightarrow R'(a, y) \land Q(x,y)]'$

1. Quitamos implicaciones.

$[\forall x, y, \exists z / P'(x, a) \land Q(y, f(a)) \lor R(z, y)] \land [\forall x, \exists y / P'(b, x) \lor R'(a, y) \land Q(x,y)]'$

2. Quitamos negaciones.

$[\forall x, y, \exists z / P'(x, a) \land Q(y, f(a)) \lor R(z, y)] \land [\exists x, \forall y / P(b, x) \land R(a, y) \lor Q'(x, y)]$

3. Renombramos variables

$[\forall x, y, \exists z / P'(x, a) \land Q(y, f(a)) \lor R(z, y)] \land [\exists z, \forall t / P(b, z) \land R(a, t) \lor Q'(z, t)]$

4. Eliminamos cuantificadores existenciales.

$[\forall x, y / P'(x, a) \land Q(y, f(a)) \lor R(f(x,y), y)] \land [\forall t / P(b, w) \land R(a, t) \lor Q'(w, t)]$

5. Eliminación cuantificadores universales

$[(P'(x, a) \land Q(y, f(a))) \lor R(g(x, y), y)] \land [P(b, w) \land (R(a, t) \lor Q'(w, t))]$

6. Propiedad distributiva.

$[P'(x, a) \lor R(g(x, y), y)] \land [Q(y, f(a)) \lor R(g(x,y), y)] \land [P(b, w)] \land [R(a, t) \lor Q'(w, t)]$

7. Renombrar variables

$C_1: [P'(x, a) \lor R(g(x, y), y)]$

$C_2: Q(r, f(a)) \lor R((g(v, r), r)]$

$C_3: P(b, w)$

$C_4: [R(a, t) \lor Q'(c, t)]$

⑥ Forma clausulada:

b) $[\forall x \in X, \exists y \in X / P(x,y) \rightarrow Q'(y)]' \vee [\forall x, z \in X, R(x) \wedge Q'(z)]$

1. Eliminación condicionales y bicondicionales.

$[\forall x \in X, \exists y \in X / P'(x,y) \vee Q'(y)]' \vee [\forall x, z \in X, R(x) \wedge Q'(z)]$

2. Eliminación negaciones.

$[\exists x \in X, \forall y \in X / P(x,y) \wedge Q(y)] \vee [\forall x, z \in X, R(x) \wedge Q'(z)]$

3. Renombramiento variable cuantificadas 2 veces.

$[\exists x \in X, \forall y \in X / P(x,y) \wedge Q(y)] \vee [\forall t, z \in X, R(t) \wedge Q'(z)]$

4. Eliminación cuantificadores existenciales.

$[\forall y \in X / P(c,y) \wedge Q(y)] \vee [\forall t, z \in X, R(t) \wedge Q'(z)]$

5. Eliminación cuantificadores universales.

$[P(c,y) \wedge Q(y)] \vee [R(t) \wedge Q'(z)]$

6. Propiedad distributiva.

$[P(c,y) \vee [R(t) \wedge Q'(z)]] \wedge [Q(y) \vee (R(t) \wedge Q'(z))]$

$[P(c,y) \vee R(t)] \wedge [P(c,y) \vee Q'(z)] \wedge [Q(y) \vee R(t)] \wedge [Q(y) \vee Q'(z)]$

$C_1: P(c,y) \vee R(x)$

$C_2: P(c,w) \vee Q'(z)$

$C_3: Q(r) \vee R(t)$

$C_4: Q(s) \vee Q'(m)$

---

⑨ Justifica que es satisfactible

$\forall x, y\ ((P(x,y) \vee Q(x)) \wedge P'(x, f(x)) \wedge Q'(a))$

Forma clausulada.

$C_1: P(x,y) \vee Q(x)$

$C_2: P'(t, f(t))$

$C_3: Q'(a)$

Satisfactible si la podemos resolver.

$C_1 \wedge C_3 \quad s = \{a|x\} = R_1 = P(x,y)$

$R_1 \wedge C_2 \quad s = \{t|x, f(t)|y\} = R_2 = \square$

(5) Anacleto = a $\quad R(x,y) =$ x respeta y

$C(x) =$ x es corrupto $\quad j(x) =$ jefe de x

i)

1. $C(a)$ $\quad C_1 = C(a)$
2. $\forall x,\ C(x) \to C(f(x))$ $\quad C_2 = C'(x) \vee C(f(x))$
3. $\forall y,\ R(y, j(y))$ $\quad C_3 = R(y, j(y))$

Goal: $\exists z,t /\ C_z \wedge R(t,z)$

↳ Negada: $\forall z,t / (C'_z \vee R'(t,z))$ $\quad C_4 = C'(z) \vee R'(t,z)$

Resolvemos:

$C_4 \wedge C_2 \quad s_1 = \{f(x) | z\} = R_1 = R'(t, f(x)) \vee C'(x)$

$R_1 \wedge C_3 \quad s_2 = \{y|t,\ y|x\} = R_2 = C'(y)$

$R_2 \wedge C_1 \quad s_3 = \{a|y\} = \square$

(2)

a) $\forall x,y \in \mathbb{N},\ \exists z \in \mathbb{N} /\ D(2,x) \wedge D(2,y) \wedge I'(x,y) \to P(z) \wedge D(z, f(x,y))$

$D(x,y) =$ x divide a Y

$I(x,y) =$ x igual a Y

$P(x) =$ x es primo

$f(x,y) =$ función mcd(x,y) $\quad g(x,y) =$ función $x \cdot y$

$M(x,y) = x > y$

Estudiamos verdad si $z = 2$ siempre divide al mcd de 2 nº pares distintos, ya que será par.

b) $\forall x,y \in \mathbb{N},\ D(12,x) \wedge D(12,y) \to \exists z \in \mathbb{N} /\ D(12,z) \wedge M(z, g(x,y))$

$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Existe producto de divisores Ej ($4 \cdot 6 = 24$) el cual es más grande que todos los divisores de 12, por lo tanto, es falsa.

(3)

$$\forall X,Y \subseteq U,\ \exists Z,T \subseteq U /\ X \cap Y \neq \phi \to Z \subseteq X \subseteq T \wedge Z \subseteq Y \subseteq T$$

Estudiamos los casos para los cuales esto se cumple.

$\phi \quad X \cap Y \quad X \quad X \cup Y \quad U$

Si consideramos $Z = X \cap Y$ y $T = X \cup Y$ se cumple la implicación y la unicidad.

Por otra parte, considerando $z = \phi$ y $T = U$, no tenemos unicidad de Z debido a $X \cap Y \neq \phi$

Y si consideramos $X \cup Y = U$ la unicidad no está garantizada para T.

b) Formalización:

$U = P(U)$ para $\in$

$C(x,y) =$ x contenido en Y

$m(x,y) =$ x intersección y

$I(x,y) =$ x igual y

$$\forall X,Y \in P(U), \exists Z,T \in U /\ I'(m(X,Y), \phi) \to C(Z,X) \wedge C(X,T) \wedge C(Z,Y) \wedge C(Y,T)$$

⑦ Para las clausulas

$C_1 = P(x, a, y) \vee Q(x, a, z) = L_1 \vee L_2$

$C_2 = P'(f(b), a, t) \vee P'(f(u), a, b) = M_1 \vee M_2$

i)

$L_1 M_1'$ $s_1 = \{f(b)|x, t|y\}$ $R_1 = L_2 s_1 \wedge M_2 s_1 : Q(f(b), a, z) \vee P'(f(u), a, b)$

$L_1 M_2'$ $s_2 = \{f(u)|x, b|y\}$ $R_2 = L_2 s_2 \wedge M_1 s_2$ $Q(f(u), a, z) \vee P'(f(b), a, t)$

$L_2 M_1'$ ← NO

$L_2 M_2'$ ← NO

$L_1 L_2 M_1'$ ← NO

$L_1 L_2 M_2'$ ← NO

$L_1 M_1' M_2'$ $s_3 = \{f(b)|x, b|u, b|y, b|t\} = R_3 = L_2 s_3 = Q(f(b), a, z)$

$L_2 M_1' M_2'$ ← NO

$L_1 L_2 M_1' M_2'$ ← NO

ii) $P = Q$

$s_4 = \{f(b)|x, b|u, b|y, b|t, b|z\}$

$L_1 s_4 = L_2 s_4 = M_1 s_4 = M_2 s_4$ $R = \square$

LÓGICA DIFUSA

· RELACIONES BORROSAS

① $P \subset U \times V$ y $Q \subset V \times W$ $A \subset V$

– [dom (P · Q) ∪ (P ∘ A)

$\underbrace{U \times V \cdot V \times W}_{\boxed{U \times W}}$ $\underbrace{U \times V \circ V}_{\boxed{U}}$ $U \times W \cup U = U \times W$

– Q' ∘ A   NO SE PUEDE
V×W ∘ V

– [ran (P · Q)] ∩ (A ∘ Q)
U×V · V×W   V ∘ V×W
ran (U × W)   W
W   ∩   = W → SI

– dom P × ran Q
$\underbrace{\text{dom } U \times V}_{U}$ × $\underbrace{\text{ran } V \times W}_{W}$ SI SE PUEDE

⑨ R sobre $N^* \times N^*$

$\mu_R: N^* \times N^* \to [0,1] = \mu_R(x,y) = \{ \ldots$

a) $\forall (x,y) \in N^* \times N^*$, $\mu_R(x,y) + \mu_R(y,x) = 1$
b) $R \subseteq R'$ si
c) $\exists x \in N^* / \mu_R(x,x) = x$ Falso
d) 1 = altura (R) ≠ altura (dom R)

⑩ a) $\forall x \in N^* \ldots$ Verdad
b) $\exists x \in N^* / \mu_R(x,x) = 1$
c) dom R = N^*
dom R = ran R

② $P \subset U \times V$ y $Q \subset V \times W$ $A \subset V$

¿ $U \times W$?

– (P · A) × (A · Q)
$\underbrace{U \times V \cdot V}_{U}$ × $\underbrace{V \cdot V \times W}_{W}$ sí

– dom P × ran Q
dom U×V   ran V×W
U × W   sí

– P ∘ Q = U×V · V×W = U×W
sí

Todas son correctas

③ $R \subset U \times V$ $A \subset U$ ¿Falso?

– A · R' ⊂ V
U ∘ U × W = V
Cierto

b) (A · R)' ⊂ V
$\underbrace{U \cdot U \times V}_{V}$ ' ⊂ V   cierto

c) dom R ∪ A ⊂ U × U
dom U × V ∪ U
U ∪ U = U
Falso

d) A × ran R   U × V
$\underbrace{U \times V}$
Cierto

④ $U \times U$ $\mu_R(x,y) = \frac{1}{2x+y}$ ¿Cierto?

a) $\forall x,y \in U$, $x \neq y \to \mu_R(x,y) \neq \mu_R(y,x)$

⑤ $U = \{1, 2, 3\}$ $R \subset U \times U$ $\mu_R(x,y) = \frac{\min\{x,y\}+1}{\max\{x,y\}+1}$

a) $\forall x \in U, \exists y \in U / \mu_R(x,y) = 1$ Verdad

b) $\exists x \in U / \forall y \in U, \mu_R(x,y) = \frac{y}{x}$ $x = 1$ $\frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}$ $x = 2$ $\frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{3}{4}$ $x = 3$ $\frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$

c) $\exists x \in U / \forall y \in U, \mu_R(x,y) = \frac{x}{y}$

⑥ $R \subset U \times U$ $U = (1, 2, 3, 4)$ $\mu_R: U \times U \to [0,1]$ definida por $\mu_R(x,y) = \frac{\min\{x,y\}}{\max\{x,y\}}$ ¿Falso?

a) dom R × Ran R ⊂ U×U   = (dom U×U) × (ran U×U) = U×U   Verdad
b) (ran R)' = ∅ = (ran U×U)' = ∅   Verdadero
c) dom R ∩ Ran R es un conjunto ordinario   REPASAR
d) dom (R') = (dom R)'   Falso

⑦ $P \subset U \times V$

$$P = \begin{array}{c|ccc} & ga & In & Sal \\ \hline Es & 1 & 1 & 1 \\ Al & 0.9 & 0.9 & 1 \end{array}$$

$C(\text{ran } P, \lambda)$ $\lambda \in [0,1]$

ran P = { ga|1, In|1, Sal|1 }

⑧ $Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0.6 \\ 1 & 0.81 & 0.2 \end{pmatrix}$ $R = Q^t$ $P \subset U \times V$ $Q \subset U \times W$ $R \subset W \times U$

No existe...?
a) R ∘ P = W × $\underline{U \circ U}$ × V = W × V
b) dom (ran P × ran Q) = dom(V × W) = V
dom P × dom P = U × U
dom P ∩ ran P = U ∩ V

CONJUNTOS DIFUSOS: GENERALIDADES:

1 $A = \{a|0.3,\ b|0.6,\ c|0.6\}$ $U = \{a,b,c\}$

Si $B \subseteq U$ / $A \cap B = \emptyset$; $A \cup B \neq U$

2 $A = \{x \in U : A(x)\}$

$B = \{x \in U : B(x)\}$

$A \subseteq B$

$\lambda \in (0, 1]$

Falso: $A' \cup B$

Si A es ordinario $C(A,\lambda) = A$ VERDAD

3 Verdad: $C(A,\lambda) \neq \emptyset, \forall \lambda$

$A = \{a|1,\ b|0.5,\ c|0.8\}$

$\lambda \in [0, 1]$

4 U $x \in U$ y $\lambda \in [0,1]$

$C(A \cap B, \lambda) \subseteq C(A, \lambda)$ Verdad

FALSO: $C(A,\lambda) \subseteq A$

5 Todas correctas

$A \cap A' = \emptyset \leftrightarrow$ A es ordina

6

OTRAS INTERPRETACIONES

1

I muy falsa $(P(x_0))$ = I falsa (muy $P(x_0)$)

$(1-\alpha)^2$

I falsa $(\alpha^2) = 1-\alpha^2$

2 I muy verd $(P(x_0)) \leq I$ verd (algo $P(x_0)$)

$\alpha^2 \leq \sqrt{\alpha}$ $\alpha^2 < \sqrt{\alpha}$

si $\alpha < 1$ $\rightsquigarrow$

3 I muy verd $(P(x_0)) = I$ Verd (muy $P(x_0)$)

$\alpha^2 = \alpha^2$

4 I $\underline{\text{algo}}^{\sqrt{}}$ verd ($\underline{\text{muy}}^{\alpha^2}$ $P(x_0)$) = I verd $(P(x_0))$

$\alpha = \alpha$

SIMULACRO TEST

1 $A(x)$ y $B(y)$ U y V $x_0 \in U$ e $y_0 \in V$

zadeh

$I(A(x_0) \rightarrow B(y_0))$

$\max\{\min\{x_0, y_0\}, 1-x_0\} = 0 \rightarrow I(B(y_0)) = 0$ Sí

$I(A(x_0) \rightarrow B(y_0)) = 0 \rightarrow I(A(x_0)) = 1.$ Sí

$I(A(x_0) \rightarrow B(y_0)) = 0 \rightarrow I(B(y_0)) = 0 \wedge I(A(x_0)) = 1$

2 $U = \{1, 2, \ldots, n\}$ con $n \geq 2$ y $R \subseteq U \times U$ $\mu_R(x,y) = \begin{cases} 1/x, & \text{si } x = y \\ 0, & \text{si } x \neq y \end{cases}$

¿Falso?

$$\begin{pmatrix} 1 & \times & \times & \times \\ \times & 1/2 & \times & \times \\ \times & \times & 1/3 & \times \\ \times & \times & \times & 1/4 \end{pmatrix}$$

a) $\forall x \in U$, $\mu_{ranR}(x) = 1$ Falso

b) dom(R) = ran(R) = verdad.

c) $\exists x \in U$ / $\mu_{ranR}(x) = 1$ Verdad

d) $\forall x \in U$, $\mu_{dom(R)}(x) = \mu_{ran(R)}(x)$ Verdad.

3 A, B sobre U

a) $A \subseteq A \times B$ $A \times B = A \cap B$

$U \times U$

$A \circ (A \times B)$ es un conjunto Borroso sobre U

$\underbrace{U \circ U \times U}_{U}$

(4) N^* $P = \{n \in N^* : n$ es par$\}$ conjunto borroso A con función grado de pertenencia μ_A $n \in N^*$ $\mu_A(n) = \begin{cases} 1/n, & \text{si } n \text{ es par} \\ 0, & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$

$$\boxed{C(A, 1/2) = \{2\}}$$

$\{0, 1/2, 0, 1/4, 0, 1/6 \dots\}$

$C(A, 1/2) = \{1/2\}$ NO

$C(A, 1/2) = P$ NO

$C(A, 1/2) = \emptyset$ NO

(5) $P \subseteq U \times V$ y $Q \subseteq V \times W$ $C \subseteq W$

$(C \circ Q)' \subseteq V$ $\longrightarrow$ NO SE PUEDE

$W \circ V \times W$

$\text{ran}(P) \cup (Q \circ C) \subseteq V$ VERDAD

$V \cup \underline{V \times W \circ W} = V$

$\text{dom}(P) \cap (P \circ Q) \subseteq U \times W$

$U \cap U \times W \Rightarrow U$

$\text{ran}(P) \times \text{dom}(Q) \subseteq V$

$V \times V = V \times V$

(6)

a) $I(p \text{ pero } q) \leq I \text{ algo verd } (p)$

$\min\{p, q\} \leq \sqrt{p}$ $\boxed{\text{TRUE}}$

b) $I(p \text{ pero } q) \geq I(p \text{ o } q)$

$\min\{p, q\} \geq \max\{p, q\}$

FALSO

c) $I(p \text{ pero } q) \leq I \text{ muy verd } (p)$

$\min\{p, q\} \leq p^2$

d) $I(p \text{ pero } q) \geq I(p)$

$\underbrace{\min\{p, q\} \geq p}$

FALSO

(7) $n \geq 2$ y $R \subseteq U \times U$ μ_R definida $\mu_R(x, y) = \begin{cases} 1/x & \text{si } x = y \\ 0 & \text{si } x \neq y \end{cases}$

R'

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2/3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3/4 & 1 & \end{pmatrix}$$

a) $\exists x, y \in U / \mu_{R'}(x, y) = 1/2$

b) $\text{dom}(R') = U$ VERDAD

c) $\forall x \in U, \exists y \in U / \mu_{R'}(x, y) \neq 1$

d) $\exists x \in U / \forall y \in U, \mu_{R'}(x, y) = 1$ FALSO

8 $R \subseteq U \times V$

$x_0 \in U$, $y_0 \in V$

¿Falso?

$\underset{\sim\sim\sim}{\mathcal{I}(R(x_0, y_0))} = 1 \rightarrow \mu_{Ran(R)}(y_0) = 1$ VERDAD

$\mathcal{I}(R(x_0, y_0)) = 0 \rightarrow \mu_{dom}(x_0) = 0$ FALSO

$\mu_{dom(R)}(x_0) = 0 \rightarrow \mathcal{I}(R(x_0, y_0)) = 0$ VERDAD

9 A, B $A \subseteq B$

$card(A) \leq card(B)$ Verdad

A normalizado = B normalizado Verdad.

$altura(A) \leq Altura(B)$ Verdad

10 $A = \{x \in U : A(x)\}$, $x_0 \in U$ e $\mathcal{I}(A(x_0)) = \alpha$

$\mathcal{I}(muy\ A(x_0)) = A(x_0)^2 \leftarrow$ Falsa α^2

$\mu_A(x_0) = \alpha$ VERDAD

$\mathcal{I}(algo\ A(x_0)) \leq \alpha$ Falso

$\mathcal{I}$ muy falsa $(A(x_0)) = (1-\alpha)^2$

$1-\alpha^2$ FALSA.

1 $U = \{1, 2, 3\}$ $\quad \mu_R(x, y) = \dfrac{\min\{x, y\} + 1}{\max\{x, y\} + 1}$

$R \subseteq U \times U$

a) dom R y ran R conjuntos ordinarios

b) dom R = Ran R Verdad

c) Todas

d) altura (dom R) = altura (ran R)

2 U, V, W

$P \subset U \times V$ $\quad U \times U$

$Q \subset U \times W$

$R \subset W \times U$

$R \circ Q = U \times V \circ U \times W$ NO

$R \circ P = W \times U \circ U \times V = W \times V$ NO

$Q \circ R = U \times W \circ W \times U = U \times U$ sí

3 $U = \{1, 2, 3\}$ $\quad \mu_R(x, y) = \dfrac{\min\{x, y\} + 1}{\max\{x, y\} + 1}$

$R \subseteq U \times U$

$\forall x \in U, \exists y \in U / \mu_R(x, y) = 1$ sí

$\exists x \in U / \forall y \in U \quad \mu_R(x, y) \geq y/x$ NO

$$\begin{array}{c|ccc} x \backslash y & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 2/3 & 2/4 \\ 2 & 2/3 & 1 & 3/4 \\ 3 & 2/4 & 3/4 & 1 \end{array}$$

4 $A = \{x \in U : A(x)\}$

$B = \{x \in U : B(x)\}$

$A \cap A' = \emptyset \leftrightarrow A$ ordinario sí

$A' \cup B = U \rightarrow A \cup B = B$

$A \subseteq B$ y A está normalizado altura (B) = 1

5 $A \subseteq B$ $\quad U \rightarrow n$ elementos

$x_0 \in U$

6 U

A(x) y B(x) $\quad A = \{x \in U : A(x)\}$ $\quad \lambda \in [0, 1]$

$B = \{x \in U : B(x)\}$

$C(U, \lambda) = A \quad \forall \lambda$ NO

$C(A \cap B, 1) = U \rightarrow A = U = B$ sí

$C(A, \lambda) \subseteq C(B, \lambda)$ NO

$A \neq B \leftrightarrow \forall x \in U \quad \mu_A(x) < \mu_B(x)$

7 A y B sobre U

$A \times B = A \cap B$ NO

$A \circ (A \times B)$

$\underbrace{U \circ U}\times U = U$

8 $A = \{a|0.3, b|0.6, c|0.6\}$

$U = \{a, b, c\}$

$\exists \lambda \in [0, 1] / C(A, \lambda) = \{b\}$ NO

$\exists \lambda \in [0, 1] / C(A, \lambda) = \{a\}$ NO

Si $B \subseteq U / A \cap B = \emptyset$ entonces $A \cup B \neq U$ sí

$\exists B \subseteq U / A \cap B = \emptyset \wedge A \cup B = U$

9 B(x) $\quad$ U $\quad B = \{x \in U : B(x)\}$

$x_0 \in U$

$\mu_B(x_0) = \beta$

$I(\text{muy } B(x_0)) = B(x_0)^2$ NO

I muy falsa $(B(x_0)) = 1 - \beta^2$ NO

$(1-\beta)^2$

$I(B(x_0)) = \beta$

10 p y q

I (p pero q) $\leq I$ muy verd (p)

$\min\{p, q\} \leq p^2$ NO

$0.\ldots^2 < \sqrt{0.\ldots}$

I (p pero q) $\geq I$ (p o q)

$\min\{p, q\} \geq \max\{p, q\}$

$\boxed{NO}$

I (p pero q) $\geq I(p)$

$\min\{p, q\} \geq p$

NO

I (p pero q) $\leq I$ algo verdadera (p)

$\min\{p, q\} \leq \sqrt{p}$

Verdad