Lógica. Primer parcial 23/24 -parte 1 (PLD). 14 Noviembre 2023

Apellidos: García Tercero **Nombre:** Javier **Grupo: I**

1. Considérese el programa lógico definido (donde p, q, r son predicados, a, b constantes e t, y, z variables):

$$\mathcal{P} = \begin{cases} C_1 : q(a) & \leftarrow \\ C_2 : p(b, y) & \leftarrow \quad q(y) \\ C_3 : r(t, z) & \leftarrow \quad p(t, z),\ q(z) \end{cases}$$

(a) Obtén el Universo de Herbrand $\mathcal{U}$ y la base de Herbrand $\mathcal{B}$ de $\mathcal{P}$.

$\mathcal{U} = \{a, b\}$ ✓

$\mathcal{B} = \{q(a), q(b), p(a,a), p(a,b), p(b,a), p(b,b), r(a,a), r(a,b), r(b,a), r(b,b)\}$ ✓

(b) Obtén razonadamente el modelo mínimo de Herbrand $\mathcal{I}_0$ de $\mathcal{P}$.

$\mathcal{I}_0 = \{\underbrace{q(a)}_{\text{se ve tal cual}}, \underbrace{p(b,a)}_{p(b,y) + q(y),\ q(a)}, \underbrace{r(b,a)}_{r(t,z) + p(t,z)}\}$ ✓

C_1 C_2 C_3

$p(t,z) \to p(b,a) + q(z) \to q(a)$ (la confirma)

(c) Obtén, si es posible, dos interpretaciones de 4 elementos, una que sea modelo de Herbrand y la otra no.

Una que no lo es: $\mathcal{I}_0 \cup \{q(c)\}$, ya que c no está en el universo siquiera ✓

Una que lo es: $\mathcal{I}_0 \cup \{p(b,b)\}$

(d) Discute detalladamente si las siguientes fórmulas pueden obtenerse a partir de $\mathcal{P}$ por SLD-resolución:

i. $A = \forall x \ / \ q(x)$
ii. $B = \exists x \ / \ p'(b, x)$
iii. $C = \exists x \ / \ r(b, x)$

predicado

i) $A = \forall x / q(x)$ ✓
No se puede obtener a partir de SLD-resolución porque a pesar de ser una variable positiva $(q(x))$ no está cuantificada existencialmente sino universalmente $(\forall x)$

ii) $B = \exists x / p'(b,x)$
No se puede obtener a partir de SLD-resolución porque a pesar de estar cuantificada existencialmente $(\exists x)$, no es una variable positiva $(p'(b,x))$ ✓

predicado

iii) $C = \exists x / r(b,x)$
Sí se puede obtener a partir de SLD-resolución ya que es una variable positiva $(r(b,x))$ y está cuantificada existencialmente

← * Por detrás *

$$P = \begin{cases} C_1: q(a) \leftarrow \\ C_2: p(b,y) \leftarrow q(y) \\ C_3: r(t,z) \leftarrow p(t,z), q(z) \end{cases}$$

iii) $C = \exists x / r(b,x)$

$G = C' = r'(b,x) = \leftarrow r(b,x)$

$$P + G: \begin{cases} G: \quad \leftarrow r(b,x) \equiv r'(b,x) \\ C_1: q(a) \leftarrow \\ C_2: p(b,y) \leftarrow q(y) \\ C_3: r(t,z) \leftarrow p(t,z), q(z) \end{cases}$$

$S_1 = \} b|t, z|x \{$

Tomamos G con la cabeza C_3 cambiada de signo y obtenemos

$G_1 = p(b,x), q(x) \equiv p'(b,x), q'(x)$

$$\begin{cases} G_1: \quad \leftarrow p(b,x), q(x) \equiv p'(b,x), q'(x) \\ C_1: q(a) \leftarrow \\ C_2: p(b,y) \leftarrow q(y) \\ C_3: r(t,z) \leftarrow p(t,z), q(z) \end{cases}$$

$S_2 = \} a|x \{$

Tomamos G_1 con la cabeza C_1 cambiada de signo y obtenemos

$G_2 : p(b,a) \equiv p'(b,a)$

$$\begin{cases} G_2: \quad \leftarrow p(b,a) \equiv p'(b,a) \\ C_1: q(a) \leftarrow \\ C_2: p(b,y) \leftarrow q(y) \\ C_3: r(t,z) \leftarrow p(t,z), q(z) \end{cases}$$

$S_3 \} a|y \{$

Tomamos G_2 con la cabeza C_2 cambiada de signo y obtenemos

$G_3 = q(a) \equiv q'(a)$

En este último paso aplicamos resolución directamente para obtener la cláusula vacía, por lo que $P + G \Rightarrow \square$

$p(a)$ y $p'(a)$