Lógica. Primer parcial 23/24 -parte 2 - Grupo I. 15 Noviembre 2023

Apellidos: García Tercero **Nombre:** Javier **Grupo:** I

1. Considérense las siguiente sentencia, donde por naturales entendemos los elementos de $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$

$\forall X,Y \in X$ $D(3,X)$ $D(3,Y)$ $I'(X,Y)$

E : `Dados dos naturales múltiplos de 3 cualesquiera y distintos, existe otro natural primo menor que su suma`

no primo mayor que la suma

se pide:

(a) Formalizar E definiendo los predicados y funciones necesarias.

(b) Discutir la verdad de E.

(c) Dar la negación de E y discutir su verdad.

2. Para las cláusulas

$$\begin{aligned} C_1 &= Q(y,x,b) \vee P(z,a,y) &&= L_1 \vee L_2 \\ C_2 &= Q'(f(a),a,t) \vee Q'(f(u),a,b) &&= M_1 \vee M_2 \\ C_3 &= P'(g(b),w,s) \end{aligned}$$

en las que P, Q son predicados, x, y, z, t, u, w, s variables, a, b constantes y f, g son funciones, se pide:

(a) Calcular todas las resolventes que se obtengan de $C_1 \wedge C_2$, detallando las fórmulas unificables que conduzcan a las mismas.

(b) Justificar si se puede deducir, por resolución, la cláusula vacía de $C_1 \wedge C_2 \wedge C_3$.

(c) Justificar si C_3' es consecuencia lógica de de $C_1 \wedge C_2$.

3. Dado el siguiente razonamiento de la lógica de predicados:
Todo lunático es hijo de padre extraterrestre o madre marciana. Cualquiera que sea extraterrestre o marciana es singular. Rodolfo tiene una colega lunático. Por tanto, existe alguien singular.

(a) Formalízalo con los predicados, funciones y cuantificadores necesarios.

(b) Expresa en forma clausulada las premisas y la negación de la conclusión.

(c) Razona, usando resolución por refutación, que es un razonamiento formalmente válido.

Predicados
1) a) $D(3,X) \rightarrow$ "3 es múltiplo de X"
$I(X,Y) \rightarrow$ "X es igual a Y"
$P(X) \rightarrow$ "X es primo"
$M(X,Y) \rightarrow$ "X es mayor que Y" o Y es menor que X

Funció $g(x,y) \rightarrow$ "operación de suma de X e y"

$\forall X,Y \in \mathbb{N}^*, D(3,X) \wedge D(3,Y) \wedge I'(X,Y) \Longrightarrow \exists Z \in \mathbb{N}^* / P(M(g(X,Y),Z))$

No se puede anidar predicados

b) Es cierto ya que si por ejemplo tomamos los dos múltiplos de 3 más pequeños (3 y 6) encontramos que el 7 (no primo) es menor que su suma. Siempre será cierto porque sean los que sean los números múltiplos de 3, el número 7 (no primo) será menor que su suma.

Siempre que sean múltiplos de 3 distintos

✓

c) $\forall X, Y \in \mathbb{N}^*, D(3,X) \wedge D(3,Y) \wedge I'(X,Y) \Rightarrow \exists Z \in \mathbb{N}^* / P(M(g(X,Y),Z))$

Negación:

$\exists X, Y \in \mathbb{N}^* / D'(3,X) \vee D'(3,Y) \vee I(X,Y) \Rightarrow \forall Z \in \mathbb{N}^*, P'(M'(g(X,Y),Z))$

Es falso ya que por ejemplo el número 100 tomado en X e Y daría como resultado de su suma 200, y sería válido para todos aquellos mayores de 200 no primos, pero no para todo Z ya que si Z toma el valor de 180 ya no sería mayor que la suma de X e Y y quedaría invalidado el enunciado.

2) C_1: $Q(y,x,b) \vee P(z,a,y) = L_1 \vee L_2$

C_2: $Q'(f(a),a,t) \vee Q'(f(u),a,b) = M_1 \vee M_2$

C_3: $P'(g(b),w,s)$

a) i) L_1, L_2

No es posible ya que $Q \neq P$

ii) L_1, M_1'

$S = \{f(a)|y, a|x, b|t\}$, quedando como $R_1 = Q'(f(u),a,b) \vee P(z,a,y)$

iii) L_1, M_2'

$S = \{a|u, b|t\}$, quedando como $R_2 = Q'(f(a),a,t) \vee P(z,a,y)$ → $f(a)|y$?

iv) L_1, M_1', M_2'

$S = \{a|u, f(a)|y, a|x, b|t\}$. quedando como $R_3 = P(z,a,y)$

v) L_1, L_2, M_1'

No se puede (caso i)

vi) L_1, L_2, M_2'

No se puede (caso i)

⋮

y así con todos los que contengan L_2

b) No se puede llegar a una cláusula vacía de $C_1 \wedge C_2 \wedge C_3$ ya que en el caso de C_1 y C_2, observando las sustituciones realizadas en el otro apartado no son unificables por lo que no obtendríamos una cláusula vacía.

c) Sí lo es ya que es el predicado necesario para que sean unificables !

Javier García Tercero 1ºI

3) a) $H(X,Y) \rightarrow$ "X es hijo de Y"

$L(X) \rightarrow$ "X es lunático"

$E(X) \rightarrow$ "X es padre extraterrestre"

$M(X) \rightarrow$ "X es madre marciana"

$S(X) \rightarrow$ "X es singular"

$C(X,Y) \rightarrow$ "X tiene un colega Y"

Rodolfo

$L(X)$

$\forall X \in X\ L(X) \Rightarrow H($

$P_1: \forall x \in X,\ L(X) \Rightarrow H(X, E(Y)) \vee M(X)$

No se pueden anidar predicados!

✓ $P_2: \forall X, Y, Z\ (E(Y) \vee M(Z)) \Rightarrow S(X)$

$P_3: C(Rodolfo, L(X))$

✓ $G: \exists X \in X / S(X)$; $G': \forall x \in X,\ S'(X)$

b) $C_1: L'(X) \vee H(X, E(Y)) \vee M(X)$

$C_2: E'(Y)$?

$C_3: M'(Z) \vee S(X)$

$C_4: C(Rodolfo, L(X))$

$G': S'(X)$

c) $C_3 \wedge G = R_1 = M'(Z)$

$C_1 \wedge R_1 = \square$