

Cuatro

Ejercicio 1

En un sistema de detección de intrusiones de una red informática, se sabe que el 95% de las alertas emitidas son falsas alarmas y el resto son reales. Además, el 30% de aquellas que son falsas alarmas son provocadas por actividades inusuales. Si el 1% son alarmas reales y son actividades inusuales, calcular:

https://excalidraw.com/#json=bPFP1pOqsKEuO9GiX-769,LxwqZyti0O_3uk29TEHyVg

a) Probabilidad de que sabiendo que es una falsa alarma no sea debida a una actividad inusual.

$$1 - 0.30 = 0.70$$

Ya se afirma que es falsa alarma, solo hace falta ver cuánto es no inusual

b) Probabilidad de que sea actividad inusual y falsa alarma.

$$0.95 * 0.3 = 0.285$$

c) Si se producen 10 falsas alarmas y suponemos independientes. Probabilidad de que menos de 4 sean actividades inusuales.

```
pbinary(3, 10, 0.3)=0.6496  
#pbinary(X, n, prob)
```

#Queremos menos de 4, o sea que acumulado de 3 y la probabilidad nos confirman el paso anterior, que es que falsa.

d) Probabilidad de que se produzca una actividad inusual.

$$\frac{0.95 * 0.3 + 0.05 * 0.2}{0.95 * 0.3 + 0.05 * 0.2 + 0.05 * 0.8 + 0.95 * 0.7} = 0.295$$

Ejercicio 2

Una señal de transmisión debe estar entre -3.17 y 3.17 unidades para que se considere aceptable. Sea X la señal de la transmisión y sabemos que la función de densidad de probabilidad de X es la siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} 0.00823x^2 & \text{si } -3.17 < x < 3.17 \\ 0(o.w) & \text{otro caso} \end{cases}$$

a) ¿Qué probabilidad tiene de tener una estimación aceptable?

```
integrate(function(x) {0.00823 * x^2}, -3.17, 3.17)
```

b) Halla la media de la señal.

```
integrate(function(x) {x*(0.00823 * x^2)}, -3.17, 3.17)
```

c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una señal menor de 3?

```
integrate(function(x) {(0.00823 * x^2)}, -3.17, 3)  
#Está mal en el examen resuelto
```

d) Halla la varianza de la señal.

```
integrate(function(x) {x^2 * (0.00823 * x^2)}, -3.17, 3.17)  
#Está mal en el examen resuelto
```

Ejercicio 3

Supongamos que el número de trabajos que procesa Copilot sigue una distribución Poisson con una media de 53.33 trabajos por hora.

```
lambda <- 53.33
```

a) ¿Cuál es la probabilidad de que procese más de 21 trabajos en una hora?

We want $P(X > 21) = 1 - P(X \leq 21)$

```
prob_more_than_21 <- 1-ppois(21,lambda)=0.99999  
prob_more_than_21
```

b) Qué número de trabajos que se procesan en una hora es el cuantil del 95 por ciento.

```
prob_quart95th <- qpois(0.95,lambda)  
prob_quart95th
```

c) Si sabemos que en una hora determinada ha procesado menos de tres trabajos, ¿Cuál es la probabilidad de que haya procesado más de 1 trabajo?

$P(X > 1 | X < 3) = P(2 | X < 3)$ because $P(X > 2 | X < 3)$ is 0

```
prob_more_than_1_given_less_than_3 <- (ppois(2, lambda) - ppois(1, lambda))  
prob_more_than_1_given_less_than_3  
#Probabilidad acumulada de 2,1,0 - 1,0 = prob 2 / prob 2,1,0
```

d) Si tomamos 60 horas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que la media de trabajos procesados en esas 60 horas esté entre 53.23 y 53.43?

```
mean_of_sample_mean <- lambda  
variance_of_sample_mean <- lambda / 60 #Abajo el nº genérico que  
std_dev_of_sample_mean <- sqrt(variance_of_sample_mean)
```

```
z_lower <- (53.23 - mean_of_sample_mean) / std_dev_of_sample_mean  
z_upper <- (53.43 - mean_of_sample_mean) / std_dev_of_sample_mean  
#Fórmula de la Z <= (x-u)/o
```

```
prob_between <- pnorm(z_upper) - pnorm(z_lower)
```

Ejercicio 4

Supongamos que una IA generativa entrenada para generar texto de manera coherente, sigue una distribución normal en la precisión gramatical de sus frases con media 85 y desviación típica 1.67.

a) Calcula la probabilidad que la precisión obtenida esté entre 88 y 92.

```
# Parámetros de la distribución  
media <- 85  
desviacion <- 1.67  
  
# Probabilidad de que la precisión esté entre 88 y 92  
prob_a <- pnorm(92,media,desviacion) - pnorm(88,media,desviacion)  
prob_a
```

b) Calcula la probabilidad de que la media de la precisión obtenida en 10 textos independientes sea mayor de 85.6.

```
# Número de textos  
n <- 10  
# Error estándar
```

```

error_estandar <- desviacion / sqrt(n)

# Probabilidad de que la media sea mayor de 85.6
prob_b <- 1 - pnorm(85.6, mean = media, sd = error_estandar)
prob_b

```

- c) Si tomamos 20 textos al azar e independientes, probabilidad de que menos de 7 tengan una precisión menor de 83.33.

```

# Probabilidad de precisión menor de 83.33
p_menor_8333 <- pnorm(83.33, mean = media, sd = desviacion)

# Número de textos
n_textos <- 20

# Probabilidad de que menos de 7 textos tengan precisión menor de 83.33
prob_c <- pbinom(6, size = n_textos, prob = p_menor_8333)
prob_c

```

- d) Si tomamos una muestra independiente de 30 textos. Probabilidad de que la media de esta muestra de precisión sea menor de 85.5.

```

# Número de textos para el caso d
n_d <- 30
# Error estándar para 30 textos
error_estandar_d <- desviacion / sqrt(n_d)

# Probabilidad de que la media de esta muestra sea menor de 85.5
prob_d <- pnorm(85.5, mean = media, sd = error_estandar_d)
prob_d

```